

По мотивам недавно пройденного

Хотите, я могу раскрыть скобки?

Д.А.Гранин, Иду на грозу

1. Сумма цифр натурального числа a равна 444. Может ли сумма цифр числа a^3 равняться 444^3 ?
2. Изначально на доске записаны числа m и n . Каждую минуту Саша записывает в тетрадку квадрат наименьшего из чисел на доске, после чего Даша ищет разность чисел на доске и записывает ее вместо наибольшего из них, пока в какой-то момент не выпишет 0. Чему равна сумма чисел у Саши в тетради?
3. Докажите, что $(1 - x)^m + (x + 1)^m < 2^m$, где $m > 1$ – натуральное, а x по модулю меньше 1.
4. Даны натуральные числа u и v . Оказалось, что для любого натурального числа k числа $ku + 2$ и $не взаимно просты. Чему может быть равно $\frac{u}{v}$?$
5. (а) Докажите, что не существует таких натуральных x, y, z, n , что

$$x^n + y^n = z^n, \quad n > x, y.$$

- (б) Решите уравнение в целых числах $a^{2b} + (a + 1)^{2b} = (a + 2)^{2b}$.