

Бином Ньютона

Подумаешь, бином Ньютона!

Мастер и Маргарита

- (а) Сколько слагаемых вида ab^7 получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^8$?

(б) Сколько слагаемых вида a^3b^{14} получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^{17}$?

(с) Сколько слагаемых вида $a^k b^{n-k}$ получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^n$?
- Докажите формулу **бинома Ньютона**:

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

- (а) с помощью задачи 1с;

(б) с помощью метода математической индукции.
- Вычислите, **не используя калькулятор и умножение в столбик**:
(а) 101^4 ; (б) 19^4 .
- Вычислите сумму:
 $C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2 C_5^2 + 2^3 C_5^3 + 2^4 C_5^4 + 2^5 C_5^5$.
- Докажите с помощью бинома Ньютона:
(а) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$;
(б) $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots \pm C_n^n = 0$.
- Решите уравнение:
 $32a^5 - 80a^4 + 80a^3 - 40a^2 + 10a = 244$.
- Найдите число нулей, на которое оканчивается число $11^{100} - 1$.
- (а) Докажите, что для простого p число C_p^k делится на p при $k = 1, 2 \dots p - 1$.

(б) Докажите, что $(x + y)^p \equiv x^p + y^p$.

(с) Докажите через Бином Ньютона **Малую теорему Ферма**: $a^p \equiv a$ для любого натурального a .
- Докажите, что для $x \geq y \geq 0$ выполнено неравенство $x^n - y^n \geq (x - y)^n$.