

Неравенства о средних для n переменных. Добавка.

1. Докажите, что в любом треугольнике

$$a(h_b + h_c) + b(h_a + h_c) + c(h_a + h_b) \geq 12S$$

2. Докажите, что при $x, y, z \geq 2$ выполнено неравенство $(y^3 + x)(z^3 + y)(x^3 + z) \geq 125xyz$.
3. Пусть x, y, z — неотрицательные числа и выполняется равенство $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$. Докажите, что $x + y + z \leq \frac{3}{2}$.
4. Докажите, что для положительных чисел a, b, c таких что, $a+b+c = 1$, выполнено неравенство

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} \geq \frac{2}{1+a} + \frac{2}{1+b} + \frac{2}{1+c}$$

5. Найдите все решения уравнения $x^{2020} + \frac{1}{x^{2020}} = 1 + x^{2021}$.