

## Соответствия

Все задачи ниже можно решить, не находя по отдельности каждую из величин. Для того, чтобы доказать, что количество элементов во множестве  $A$  равно количеству элементов во множестве  $B$ , можно установить соответствие: все элементы разбить на пары, где один элемент лежит во множестве  $A$ , а другой – во множестве  $B$ .

1. Натуральное число — палиндром, если оно не меняется при записи его задом наперед. Чего больше: 3-значных чисел или 5-значных палиндромов? На сколько?
2. Среди трёхзначных чисел, у которых все цифры не кратны 3, каких больше: тех, где цифры идут строго по возрастанию, или тех, где цифры идут строго по убыванию?
3. Каких делителей у числа  $666 \dots 666$  больше: четных или нечетных?
4. На окружности отмечено несколько синих точек и одна красная. Каких многоугольников больше: тех, у которых все вершины синие или тех, у которых есть красная вершина?
5. Настя выбирает из пришедших на кружок несколько человек в команду на олимпиаду (возможно, она не возьмет вообще никого). Каких способов набрать состав больше: из чётного количества людей или из нечётного, если количество людей в кружке равно **(a)** 15; **(b)** 16?
6. Номер автобусного билета состоит из 6 цифр.  
**(a)** Каких билетов больше: суммой цифр 21 или с суммой цифр 33?  
**(b)** Каких билетов больше: счастливых или делящихся на 11?  
Билет называется счастливым, если сумма первых трёх цифр равна сумме последних трёх цифр.
7. Вместо решения задач Илья считает количество путей из нижнего левого узла квадрата  $8 \times 8$  в верхний правый, идущих по линиям сетки вправо или вверх и не поднимающихся выше главной диагонали. Рядом с ним сидит Иван, который расставляет всеми возможными способами в прямоугольнике  $2 \times 8$  числа от 1 до 16 так, чтобы числа в каждой строке и в каждом столбце шли по возрастанию. Докажите, что у Ивана и Ильи получится одно и то же число способов.
8. Доказать, что число всех цифр в последовательности  $1, 2, 3, \dots, 10^k$  равно числу всех нулей в последовательности  $1, 2, 3, \dots, 10^{k+1}$ .