

Ноды Ноки

Важно. По основной теореме арифметики число a делится на число b тогда и только тогда, когда в разложение числа b любой простой множитель входит в степени не большей, чем степень, в которой он входит в разложение числа a .

Важно. Поскольку $\text{НОД}(a, b)$ – делитель a, b , удобно бывает представить a, b в виде

$$a = d \cdot m, b = d \cdot n, \text{ где } \text{НОД}(a, b) = d$$

1. Докажите, что $\text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = ab$.
2. Может ли для натуральных чисел a, b быть выполнено $\text{НОД}(a, b) > a - b$?
3. Известно, что $\text{НОД}(a, b) = 15$, $\text{НОК}(a, b) = 360$ и $a > b$. Найдите такие a и b . Укажите все варианты.
4. Найдите такие натуральные a, b , что их разность равна 21, а НОК равен 28.
5. Натуральные числа a и b — таковы, что $a^2 - a \cdot \text{НОД}(a, b) = \text{НОК}(a, b)$. Докажите, что число b делится на $(\text{НОД}(a, b))^2$.
6. Каким может быть наибольший общий делитель натуральных чисел m и n , если при увеличении числа m на 6 он увеличивается в четыре раза?
7. Найдите все пары натуральных a и b , для которых $\text{НОК}(a, b) - \text{НОД}(a, b) = \frac{ab}{5}$.
8. Докажите, что если для некоторых a и b верно, что $\text{НОК}(a, a + 5) = \text{НОК}(b, b + 5)$, то $a = b$.