

## Малая Теорема Ферма. Задачи.

**Малая Теорема Ферма (МТФ).** Для любого простого  $p$  и целого числа  $a$ , не кратного  $p$ , верно  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ .

**Другая формулировка.** Для любого простого  $p$  и целого числа  $a$  верно  $a^p \equiv a \pmod{p}$ .

1. Докажите, что одно из чисел  $n^{51} - 1$ ,  $n^{51} + 1$  обязательно делится на 103, если  $n$  не делится на 103.
2. Докажите, что если  $a^{16} + b^{16} + c^{16} + d^{16} + e^{16}$  делится на 17, то делится и на  $17^{16}$ .
3. Найдите все такие простые числа  $q$ , что  $7^{q^2} - 1$  делится на  $q$ .
4. Докажите, что для любого простого  $p > 5$  справедливо, что число  $\frac{111 \dots 11}{p-1}$  кратно  $p$ .
5. Покажите, что  $2^{2^p} - 4$  делится на  $2^p - 1$  для простого  $p$ .