

Малая Теорема Ферма. Задачи.

Малая Теорема Ферма (МТФ). Для любого простого p и целого числа a , не кратного p , верно $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Другая формулировка. Для любого простого p и целого числа a верно $a^p \equiv a \pmod{p}$.

1. Докажите, что одно из чисел $n^{51} - 1$, $n^{51} + 1$ обязательно делится на 103, если n не делится на 103.
2. Докажите, что если $a^{16} + b^{16} + c^{16} + d^{16} + e^{16}$ делится на 17, то делится и на 17^{16} .
3. Найдите все такие простые числа q , что $7^{q^2} - 1$ делится на q .
4. Докажите, что для любого простого $p > 5$ справедливо, что число $\frac{111 \dots 11}{p-1}$ кратно p .
5. Покажите, что $2^{2^p} - 4$ делится на $2^p - 1$ для простого p .