

Малая Теорема Ферма. Упражнения.

Малая Теорема Ферма (МТФ). Для любого простого p и целого числа a , не кратного p , верно $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

- Доказываем МТФ другим способом.
 - Покажите, что числа $1 \cdot a, 2 \cdot a, \dots, (p-1) \cdot a$ дают разные остатки при делении на p .
 - Докажите, что произведение чисел из предыдущего пункта сравнимо с $(p-1)!$.
 - Выведите из этого Малую Теорему Ферма.
- Пользуясь Малой Теоремой Ферма вычислите:
 - остаток 2^{72} при делении на 73;
 - остаток 37^{42} при делении на 41;
 - остаток 176^{400} при делении на 101.
 - какие остатки может принимать $a^{50p+3} - a^3$ при делении на простое p (число a – целое).

Иногда Малая Теорема Ферма помогает не только для простых чисел. Но надо придумать, как именно ее использовать.

- Докажите, что $7^{120} - 1$ делится на 143.
 - Докажите, что $444^{1000} - 1$ делится на 1001.
 - Докажите, что $n^7 - n$ делится на 42 для натуральных n .

Прекращаем упражняться в арифметике, переходим к задачам.

Чтобы получить новый листик, нужно сдать все задачи из текущего листика.