

Разбить на блоки

Разбор. В компании из 7 человек, их суммарный возраст — 240 лет. Докажите, что среди них найдется трое человек, чей суммарный возраст не меньше 100.

1. Квадратная площадь размером 10×10 выложена квадратными плитками 1×1 двух цветов – белого и красного. Какое наибольшее число красных плиток может оказаться среди них, если известно, что красные плитки не соприкасаются
(а) сторонами; (б) сторонами и уголками.
2. Новогодняя гирлянда, висящая вдоль школьного коридора, состоит из красных и синих лампочек. Рядом с каждой красной лампочкой обязательно есть синяя. Какое наибольшее число красных лампочек может быть в этой гирлянде, если всего лампочек (а) 60 (б) 50?
3. На острове живут только рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды все они сели по кругу, и каждый сказал: «Среди двух моих соседей есть лжец!». Затем они сели по кругу в другом порядке, и каждый сказал: «Среди двух моих соседей нет рыцаря!». Могло ли на острове быть 2019 человек?
4. Можно ли выписать в ряд натуральные числа от 1 до 10 в таком порядке, чтобы сумма любых трёх, выписанных подряд, была не больше 15?
5. Миша пришел в гости к Никите и попросил налить ему сок. Никита поставил 7 стаканов в ряд и разлил по ним 2 литра сока (возможно, какие-то стаканы остались пустыми). После этого он разрешил выпить сок из любых двух соседних стаканов. Миша обязательно выберет те, где сока побольше, а вот весь остальной сок допьёт Никита. Как Никите нужно изначально разлить сок по 7 стаканам, чтобы выпить как можно больше сока?
6. Какое наибольшее количество целых чисел можно записать в ряд так, чтобы сумма любых пяти подряд идущих из них была больше нуля, а сумма любых семи подряд идущих из них была меньше нуля?
7. По кругу выложены черные и белые шары, причем черных в два раза больше, чем белых. Известно, что среди пар соседних шаров одноцветных пар втрое больше, чем разноцветных. Какое наименьшее число шаров могло быть выложено?
8. По кругу нарисовано 100 геометрических фигур. Оказалось, что каждая фигура находится рядом с хотя бы одной такой же фигурой, причем среди всех фигур нашлось 58, для каждой из которых верно, что ее соседи одинаковые. Какое наибольшее количество треугольников могли быть нарисованы рядом с «нетреугольниками»?