

## Сочетания и треугольник Паскаля

### Вспоминаем сочетания.

1. На кружок ходит 14 человек. Сколькими способами из них можно набрать одну команду из 2 человек? 4 человек? 6 человек?
2. У одного человека 16 книг, а у другого 8. Сколькими способами они могут поменяться 5 книгами?
3. Сколько существует 9-значных чисел с суммой цифр 6, в записи которых используются только цифры 0 и 1?

**Количество способов выбрать  $k$  элементов из  $n$  возможных обозначается  $C_n^k$  и называется «числом сочетаний из  $n$  по  $k$ ».**

**Впишите формулу сами:  $C_n^k =$**

4. Король стоит в нижней левой клетке очень большой доски (Она имеет координаты  $(0, 0)$ ). Он может ходить либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх. Сколькими способами можно добраться до клетки с координатами  $(n - k, k)$ ? (Иными словами,  $k$  число снизу на  $n$ -ной диагонали)

**Впишем в каждую клетку количество способов добраться до нее таким образом. Полученная табличка называется треугольником Паскаля и имеет немало удивительных свойств.**

5. Используя треугольник Паскаля, покажите, что:
  - (a)  $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ ,
  - (b)  $C_n^k = C_n^{n-k}$ .
6.
  - (a) Докажите, что сумма чисел в каждой строке треугольника Паскаля в два раза больше, чем сумма чисел в предыдущей строке.
  - (b) Докажите, что  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$ .
7.
  - (a) Докажите, что в любой строчке треугольника Паскаля сумма чисел, стоящих на четных местах, равна сумме чисел, стоящих на нечетных местах.
  - (b) Докажите, что  $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots \pm C_n^n = 0$ .