

Бином Ньютона.

0. Сколько всего слагаемых получится после раскрытия скобок в выражении $(1 + x)^n$:
- (а) без приведения подобных слагаемых;
 - (б) после приведения подобных слагаемых?
1. (а) Сколькими способами можно представить x^k в виде произведения n множителей, каждый из которых равен 1 или x ? ($n \geq k$, учитываем порядок множителей)
- (б) Сколько слагаемых вида a^5 получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^5$?
- (с) Сколько слагаемых вида ab^7 получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^8$?
- (д) Сколько слагаемых вида ab^7 получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^{20}$?
- (е) Сколько слагаемых вида a^3b^{14} получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^{17}$?
- (ф) Сколько слагаемых вида $a^k b^{n-k}$ получится до приведения подобных слагаемых при раскрытии скобок в выражении $(a + b)^n$?
2. Докажите формулу **бинома Ньютона**:

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

- (а) с помощью задачи 1f;
 - (б) с помощью метода математической индукции.
3. Вычислите сумму:
 $C_5^0 + 2C_5^1 + 2^2 C_5^2 + 2^3 C_5^3 + 2^4 C_5^4 + 2^5 C_5^5$.
4. С помощью бинома Ньютона доказать (подобрать подходящие a и b):
- (а) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n = 2^n$;
 - (б) $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots \pm C_n^n = 0$.
5. Решите уравнение:
 $32a^5 - 80a^4 + 80a^3 - 40a^2 + 10a = 244$.
6. В разложении $(x + y)^n$ по формуле бинома Ньютона второй член оказался равным 240, третий - 720, а четвертый - 1080. Найдите x , y , n .
7. Найдите число нулей, на которое оканчивается число $11^{100} - 1$.
8. Докажите, что если p - простое число, то $(a + b)^p - a^p - b^p$ делится на p при любых a и b .