

Сочетания.

0. Команда для матбоя состоит из 6 человек.

(а) Сколько существует способов выбрать капитана и его заместителя?

(b) Сколько существует способов выбрать двух людей, которые будут решать все задачи, пока другие отдыхают?

(с) А трех человек?

(d) Четырех?

Количество способов выбрать k элементов из n элементов обозначается C_n^k и называется «числом сочетаний из n по k ». Обратите внимание: n снизу, k сверху.

1. Сколько способов набрать команду из (а) 2; (b) 5 человек, если всего 8 человек?

2. На плоскости дано 10 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

3. Чему равны числа C_n^0 , C_n^1 , C_n^n ?

4. По какой формуле можно вычислить (а) C_n^2 ; (b) C_n^5 ; (с) C_n^k ?

Формула для вычисления цешек: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

5. Докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$

(а) с помощью формулы числа сочетаний;

(b) пользуясь определением числа сочетаний.

6. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску 8 ладей?

7. Каждой из 15 девочек надо подарить розу. Сколько способов это сделать, если всего есть 4 белых, 5 красных и 6 розовых роз? Розы одного цвета считаются одинаковыми.

8. У Ксюши 6 книг, а у Ани 8. Сколькими способами они могут поменяться тремя книгами?

9. Чему равна сумма $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$?

10. Докажите, что $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$

(а) с помощью формул;

(b) с помощью комбинаторных рассуждений.