

Метод математической индукции - 2.

Теория чисел

1. Докажите, что $n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3$ делится на 9.
2. Докажите, что $4^n + 15n - 1$ делится на 9.
3. Докажите, что число 111 ... 11 (243 единицы) делится на 243.

Комбинаторика

4. На полке стоит 55 томов собрания сочинений В. И. Ленина. За раз разрешается взять несколько подряд идущих томов и переставить их в обратном порядке. Докажите, что такими операциями можно расставить тома по порядку.
5. На плоскости расположено несколько прямых и окружностей. Докажите, что части, на которые они разбивают плоскость, можно покрасить в два цвета так, что любые две части, имеющие общий участок границы, покрашены в разные цвета.
6. Выпуклый многоугольник разрезан непересекающимися диагоналями на равнобедренные треугольники. Докажите, что в этом многоугольнике найдутся две равные стороны.