

Остатки.Добавка

1. Докажите, что
(а) $n^3 - n$ делится на 24 при любом нечетном n ;
(б) $p^2 - 1$ делится на 24 при любом простом $p > 3$.
2. Докажите, что $1000 \cdot 1001 \cdot 1002 \cdot 1003 - 24$ делится (а) на 999; (б) на 1004.
3. Докажите, что $30^{99} + 61^{100}$ делится на 31.
4. При каких степенях 3^k дает остаток 1 при делении на 10? А остаток 3?