

## Остатки

Вы хотите провести остаток жизни,  
продавая газировку, или хотите  
изменить мир?.

---

Стив Джобс

Если при делении  $M$  на  $N$  с остатком получили частное  $q$  и остаток  $r$  ( $0 \leq r < N$ ), то  $M$  можно представить в виде:  $M = qN + r$ .

### Свойства остатков:

*Разбор:* Если при делении  $M_1$  на  $N$  получили остаток  $r_1$ , а при делении  $M_2$  на  $N$  получили остаток  $r_2$ , то

(a) Докажите, что при делении  $M_1 + M_2$  на  $N$  получится такой же остаток, как и при делении  $r_1 + r_2$  на  $N$

(b) Докажите, что при делении  $M_1 \cdot M_2$  на  $N$  получится такой же остаток, как и при делении  $r_1 \cdot r_2$  на  $N$

1. Найдите остаток от деления:

(a)  $2018 \cdot 2019 \cdot 2020 + 2021^3$  на 7

(b)  $2019 + 2020^2 + 2021^3$  на 8.

2. Нарисуйте таблицу умножения остатков при делении на  $n = 3, 4, 5$ .

*Решаем вместе:* Докажите, что  $n^3 + 2n$  делится на 3 при любом  $n$ .

Найдите остаток от деления  $7^{100}$  на 4.

3. Докажите, что

(a)  $n^5 + 4n$  делится на 5 при любом натуральном  $n$ ;

(b)  $n^2 + 1$  не делится на 3 ни при каком натуральном  $n$ ;

(c)  $n^3 + 2$  не делится на 3 ни при каком натуральном  $n$ ;

4. Найдите последнюю цифру числа:

(a)  $2019^{2019}$ ;

(b)  $2^{2019}$ ;

(c)  $777^{777}$ .

5. Найдите остаток от деления:

(a)  $2^{100}$  на 3;

(b)  $3^{2020}$  на 7;

(c)  $2222^{5555} + 5555^{2222}$  на 7.