

Остатки

Вы хотите провести остаток жизни,
продавая газировку, или хотите
изменить мир?.

Стив Джобс

Если при делении M на N с остатком получили частное q и остаток r ($0 \leq r < N$), то M можно представить в виде: $M = qN + r$.

Свойства остатков:

Разбор: Если при делении M_1 на N получили остаток r_1 , а при делении M_2 на N получили остаток r_2 , то

(a) Докажите, что при делении $M_1 + M_2$ на N получится такой же остаток, как и при делении $r_1 + r_2$ на N

(b) Докажите, что при делении $M_1 \cdot M_2$ на N получится такой же остаток, как и при делении $r_1 \cdot r_2$ на N

1. Найдите остаток от деления:

(a) $2018 \cdot 2019 \cdot 2020 + 2021^3$ на 7

(b) $2019 + 2020^2 + 2021^3$ на 8.

2. Нарисуйте таблицу умножения остатков при делении на $n = 3, 4, 5$.

Решаем вместе: Докажите, что $n^3 + 2n$ делится на 3 при любом n .

Найдите остаток от деления 7^{100} на 4.

3. Докажите, что

(a) $n^5 + 4n$ делится на 5 при любом натуральном n ;

(b) $n^2 + 1$ не делится на 3 ни при каком натуральном n ;

(c) $n^3 + 2$ не делится на 3 ни при каком натуральном n ;

4. Найдите последнюю цифру числа:

(a) 2019^{2019} ;

(b) 2^{2019} ;

(c) 777^{777} .

5. Найдите остаток от деления:

(a) 2^{100} на 3;

(b) 3^{2020} на 7;

(c) $2222^{5555} + 5555^{2222}$ на 7.