

## Алгоритм Евклида

По умолчанию все числа в листочке являются целыми.

**Определение. Наибольшим общим делителем (НОД)** чисел  $a$  и  $b$  называется наибольшее натуральное число  $d$  такое, что  $a$  и  $b$  делятся на  $d$ . Обозначение:  $d = (a, b)$ .

1. Найдите **(а)** (78, 42); **(б)** (427, 990); **(с)** (747474, 111); **(d)** ( $73! + 74!, 75!$ ); **(е)** ( $21a + 14, 15a + 10$ ).
2. У доктора Пилюлькина есть двухчашечные весы, гирьки 2021 г и 73 г, много песка и много терпения. Докажите, что он сможет отмерить на этих весах 50 г ценного лекарства.
3. На прямой сидит блоха, и прыгает всякий раз либо на 15 сантиметров вправо, либо на 21 сантиметр влево. В каких точках прямой может побывать эта блоха?
4. На столе лежит клетчатая шоколадка  $56 \times 12$ . Каждую минуту от неё отламывают квадратик наибольшего возможного размера и кладут в тарелку. Какая сторона будет у самого маленького квадратика в тарелке?
5. Докажите, что **(а)** любой делитель  $a$  и  $b$  является делителем  $a - b$  и  $b$ ; **(б)** любой делитель  $a - b$  и  $b$  является делителем  $a$  и  $b$ ; **(с)**  $(a - b, b) = (a, b)$ .  
**(d)** если  $a = bq + r$ , то  $(a, b) = (b, r)$ .

**Алгоритм Евклида** — способ найти НОД двух натуральных чисел, последовательно заменяя пару исходных чисел на пару из меньшего числа и остатка от деления большего на меньшее.

$$\begin{aligned}
 a &= b \cdot q_1 + r_1 \\
 b &= r_1 \cdot q_2 + r_2 \\
 r_1 &= r_2 \cdot q_3 + r_3 \\
 &\dots \\
 r_{n-1} &= r_n \cdot q_{n+1} + r_{n+1} \\
 r_n &= r_{n+1} \cdot q_{n+2} + 0
 \end{aligned}$$

6. Найдите с помощью алгоритма Евклида: **(а)** (233, 144); **(б)** (2015, 1001); **(с)** ( $\underbrace{11 \dots 1}_{51}, \underbrace{11 \dots 1}_{85}$ );