

## Площади.

*Определение.* Назовём **площадью** фигуры некоторую величину, которая имеет следующие свойства:

- 1) Площадь неотрицательна.
  - 2) Площади равных фигур равны.
  - 3) Площадь фигуры равна сумме площадей фигур, из которых она состоит.
  - 4) Площадь прямоугольника равна произведению его сторон.
1. Докажите, что площадь треугольника равна половине произведения высоты на сторону, к которой она проведена:
    - (а) Для прямоугольного треугольника, где высота — один из катетов.
    - (б) Для остроугольного треугольника.
    - (в) Для тупоугольного треугольника, где высота — вне треугольника.
  2. (а) Найдите формулу площади параллелограмма.  
(б) Найдите формулу площади трапеции.
  3. Дан прямоугольник  $ABCD$ .
    - (а) На стороне  $BC$  взята точка  $K$ . Докажите, что площадь треугольника  $ADK$  вдвое меньше площади прямоугольника.
    - (б) На стороне  $BC$  взяты две точки  $K$  и  $L$ . Докажите, что площади треугольников  $ADK$  и  $ADL$  равны.
    - (в) Что можно сказать про площади треугольников  $ADK$  и  $ADL$ , если точки  $K$  и  $L$  выбираются на прямой  $BC$ .
    - (г) На прямой  $BC$  взята точка  $K$ , а на прямой  $AD$  точка  $L$ . Докажите, что площади треугольников  $ADK$  и  $BCL$  равны.
  4. (а) В треугольнике  $ABC$  провели медиану. Докажите, что она делит треугольник на два равновеликих (равной площади).  
(б) В треугольнике  $ABC$  на отрезке  $BC$  выбрали точку  $K$ . Она делит отрезок в отношении  $BK : KC = m : n$ . Найдите отношение площадей треугольников  $ABK$  и  $ACK$ .
  5. Выразите площадь серых областей через площадь треугольника  $ABC$ .

