

## Остатки.

**Определение.** Пусть  $a$  – целое число,  $b$  – натуральное число. Говорят, что  $a$  делится на  $b$  с *остатком*  $r$ , если  $a = b \cdot q + r$ , причём  $q$  – целое, и  $0 \leq r < b$

0. Найдите остаток при делении **(a)** 2020 на 53, **(b)** 2627 на 37, **(c)** -2020 на 13, **(d)** 2421 на -31.
1. Пусть  $a$  при делении на 9 дает остаток 7. Какие остатки при делении на 9 дают числа **(a)**  $a + 5$ , **(b)**  $a + 2014$ , **(c)**  $2a$ , **(d)**  $3a + 15$ , **(e)**  $-a$ , **(f)**  $-a + 6$ ?
2. Целые числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  дают при делении на 9 остатки 4, 6, 7 соответственно. Какие остатки при делении на 5 дают числа: **(a)**  $a + b + c$ ; **(b)**  $2a - 3b + 5c$ ?
3. Число  $a$  делится на 4. Каким может быть остаток от деления числа  $a$  на 6?
4. **(a)** Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 4 дает остаток 3, при делении на 6 дает остаток 5, а при делении на 11 — остаток 10. **(b)** Найдите наименьшее натуральное число, которое делится на 4, при делении на 25 дает остаток 22, при делении на 10 — остаток 2.
5. Евгений Сергеевич дал детям на каникулы несколько задач, их количество не делилось ни на 3, ни на 4, ни на 5. Но когда отличник Петя решил одну из задач, то оставшееся количество уже можно было поделить и на 5, и на 3, а на 4 все еще нет. Сколько же было задач, если известно, что их было больше 40, но меньше 60?
6. Петя разделил число на 9 и в неполном частном получил такое же число, как и в остатке. Вася сказал, что сможет найти все такие числа. Помогите Васе.
7. Евгений Сергеевич просит Петю найти все натуральные числа, на которые можно разделить число **(a)** 51 **(b)** 105 так, что неполное частное будет равно остатку. Петя не справился, помогите Пете.