

Игры. Симметричные стратегии.

Будем говорить, что у игрока есть **выигрышная стратегия**, если он может выиграть вне зависимости от ходов своего противника.

Игроки достаточно умны для того, чтобы в случае существования у них выигрышной стратегии пользоваться ей, а не давать выиграть другому.

Вопрос: «**Кто выигрывает при правильной игре?**» нужно понимать как «**У какого из игроков есть выигрышная стратегия?**»

В следующих задачах пусть Петя ходит Первым, а Вася Вторым.

1. В каждой из **(а)** двух; **(б)** трёх; математических тем есть по 10 задач. Петя с Васей по очереди решают задачи: за ход разрешается решить любое количество ещё нерешенных задач, но только из одной темы. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто Петя или Вася может выиграть, как бы не играл соперник?
2. Петя с Васей играют в Зандикарские шахматы. Они по очереди ставят пешки на поле **(а)** 7×7 **(б)** 8×8 . Проигрывает тот, после чьего хода на одной из диагоналей будет 4 пешки. Кто выигрывает при правильной игре?
3. Петя с Васей немного изменили Зандикарские шахматы. Теперь на поле 7×7 в каждой клетке стоит пешка. За ход разрешается снять с поля любое количество подряд идущих пешек из одного ряда. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
4. Петин папа вбил по краю деревянного круга 16 гвоздей. Петя с Васей играют в такую игру: Каждый по очереди связывает 2 гвоздя веревочкой, если эта веревочка не пересекается ни с какой другой веревочкой. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Петин папа вбил по краю круга **(а)** 15 **(б)** 16 гвоздей. Петя с Васей играют в такую игру: Каждый по очереди вытаскивает из круга 1 или 2 соседних гвоздя (если Петя вынул гвоздь номер 2, то гвозди 1 и 3 соседними не считаются). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
6. На белой доске 8×8 Петя с Васей по очереди красят клетки в 1 из 7 цветов радуги. Тот, после хода которого в какой-то строчке или в каком-то столбце окажутся две клетки одинакового цвета, - проиграл. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?