

Чётность и чередование

Обсуждаем вместе

1. По кругу расположены 9 шестерёнок так, что первая шестеренка сцеплена со второй, вторая – с третьей, ..., восьмая – с девятой, девятая – с первой. Миша крутанул первую шестеренку по часовой стрелке. Что произошло?
2. Чётными или нечётными будут сумма и произведение **(а)** двух чётных чисел; **(б)** двух нечётных чисел; **(с)** чётного и нечётного чисел? Почему?
3. Определите и обоснуйте чётность чисел
(а) $31 + 32 + 33 + \dots + 40$;
(б) $11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 21$.

Задачи для самостоятельного решения

1. **(а)** Сумма двух целых чисел нечётна. Чётно или нечётно их произведение?
(б) Сумма трёх целых чисел чётна. Чётно или нечётно их произведение?
(с) Произведение двух чисел умножили на их сумму. Чётным или нечётным будет результат умножения?
2. Можно ли разменять 100 тугриков монетами по 1, 3, 5 и 25 тугриков так, чтобы всего оказалось 33 монеты?
3. Может ли сумма трёх чисел быть чётной, а произведение тех же трёх чисел — нечётным?
4. Определите и обоснуйте чётность чисел
(а) $11 + 12 + 13 + \dots + 31$;
(б) $21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 29$.
5. На доске 2021×2021 расставлена 2021 шашка, причем их расположение симметрично относительно диагонали. Докажите, что одна из шашек расположена на диагонали.
6. Кузнечик прыгает по прямой, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз – на 2 см, в третий – на 3 см, и так далее. Докажите, что он не сможет за 2014 прыжков вернуться в начальную точку.
7. 17 девочек и 17 мальчиков встали в хоровод. Докажите, что у кого-то с обеих сторон стоят девочки.
8. Может ли шахматный конь пройти с поля a1 на поле h8, побывав по дороге на каждом из остальных полей ровно один раз?