

## Еще задачи о делении с остатком

1. В верхнем углу таблицы  $5 \times 5$  стоит число 1. Остальные клетки пусты. В них вписывают числа по следующему правилу: если в какой-то клетке стоит число  $a$ , то в соседнюю пустую клетку можно записать либо число  $4a$ , либо число  $(a - 12)$ , либо число  $(a + 3)$ . Так заполнили числами все клетки. Может ли оказаться сумма чисел стала равной нулю?
2. Целые числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  таковы, что  $(x-y)(y-z)(z-x) = x + y + z$ . Докажите, что число  $x + y + z$  делится на 27.
3. В ряд записаны 10 натуральных чисел. Докажите, что можно выбрать группу из одного или нескольких чисел подряд так, чтобы сумма делилась **(а)** на 3; **(б)** на 4 **(с)** на 10.
4. Найдите все такие  $p$ , что числа **(а)**  $p, 3p + 5$ ; **(б)**  $p, 10 + p, 14 + p$  — простые.