

## Параллельные прямые и параллелограмм

**Определение.** Параллелограмм — четырехугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

1. Эквивалентные определения параллелограмма:
  - (а) У четырехугольника противоположные стороны попарно равны;
  - (б) У четырехугольника две противоположные стороны равны и параллельны;
  - (с) Диагонали четырехугольника точкой пересечения делятся пополам.
2. На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяты соответственно точки  $M$  и  $N$ , причём  $MN \parallel AB$  и  $MN = AM$ . Найдите угол  $BAN$ , если  $\angle B = 40^\circ$  и  $\angle C = 60^\circ$ .
3. Через каждую вершину треугольника  $ABC$  параллельно его противоположной стороне провели прямую. Эти прямые образовали новый треугольник. Докажите, что вершины старого треугольника являются серединами сторон нового.
4. На сторонах  $AB, BC, CD, DK$  параллелограмма  $ABCD$  выбрали точки  $K, L, M, N$  соответственно так, что  $AK = CM, BL = DN$ . Докажите, что
  - (а)  $BLDN$  и  $BMDK$  — параллелограммы.
  - (б) Докажите, что  $KLMN$  — параллелограмм.
  - (с) Докажите, что четырёхугольник с вершинами в точках пересечения прямых  $AL, BM, CN$  и  $DK$  — параллелограмм.
5. На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $E$ , а на биссектрисе  $BD$  — точка  $F$  таким образом, что  $EF \parallel AC$  и  $AF = AD$ . Докажите, что  $AB = BE$ .
6. В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $D$ ; прямая, проведённая через точку  $D$  параллельно  $CA$ , пересекает сторону  $AB$  в точке  $E$ ; прямая, проведённая через точку  $E$  параллельно  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  в  $F$ . Докажите, что  $EA = FC$ .
7.
  - (а) В трапеции  $ABCD (BC \parallel AD)$  диагональ  $AC$  делит угол  $A$  пополам. Серединный перпендикуляр к  $AC$  пересекается  $AD$  в точке  $K$ . Докажите, что  $CK = BC$ .
  - (б) В четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $A$  и  $C$  равны. Биссектриса угла  $B$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $P$ . Перпендикуляр к  $BP$ , проходящий через точку  $A$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $Q$ . Докажите, что прямые  $PQ$  и  $CD$  параллельны.