

## Графы

**Определение 1.** Будем называть *графом* множество точек (*вершин*), некоторые из которых соединены между собой линиями (*рёбрами*). Любые две вершины могут быть соединены не более, чем одним ребром.

**Определение 2.** Граф называется *связным*, если от любой его вершины можно по рёбрам добраться до любой другой.

**Определение 3.** *БСтепенью вершины* называется количество выходящих из этой вершины рёбер.

**Определение 4.** Два графа считаются *одинаковыми*, если вершины каждого из них можно пронумеровать так, чтобы если в одном из графов  $i$ -я вершина была связана ребром с  $j$ -й, то в другом – тоже.

1. Могут ли степени вершин в графе на 8 вершин быть равны: **(а)** 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2? **(б)** 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1?
2. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник заметил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий делится на три. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
3. Волшебная страна Фарг почти вся состоит из непреодолимых гор и рек. В ней есть шесть городов: А, Б, В, Г, Д и Е. Известно, что из А проложены дороги в Б и Г, из Б — в А, Г и Д, из В — в Г и Е, из Г — в В и Д, из Д — в Б и Г, из Е — только в В. Все остальные дороги непроходимы.  
**(а)** Нарисуйте карту страны Фарг.  
**(б)** Нарисуйте карту так, чтобы дороги не пересекались.  
**(с)** Может ли житель города А попасть в город Д, если ему нельзя проходить через Г?  
**(д)** Сможет ли он при тех же условиях попасть в город Е?
4. Нарисуйте все возможные графы в которых 8 вершин и степень каждой равна 2.