

Параллельные прямые и параллелограмм

Определение. Параллелограмм — четырёхугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

1. Эквивалентные определения параллелограмма:
 - (а) У четырёхугольника противоположные стороны попарно равны;
 - (б) У четырёхугольника две противоположные стороны равны и параллельны;
 - (с) Диагонали четырёхугольника точкой пересечения делятся пополам.
2. На сторонах AC и BC треугольника ABC взяты соответственно точки M и N , причём $MN \parallel AB$ и $MN = AM$. Найдите угол BAN , если $\angle B = 40^\circ$ и $\angle C = 60^\circ$.
3. Через каждую вершину треугольника ABC параллельно его противоположной стороне провели прямую. Эти прямые образовали новый треугольник. Докажите, что вершины старого треугольника являются серединами сторон нового.
4. На сторонах AB, BC, CD, DK параллелограмма $ABCD$ выбрали точки K, L, M, N соответственно так, что $AK = CM, BL = DN$. Докажите, что
 - (а) $BLDN$ и $BMDK$ — параллелограммы.
 - (б) Докажите, что $KLMN$ — параллелограмм.
 - (с) Докажите, что четырёхугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN и DK — параллелограмм.
5. На стороне BC треугольника ABC отмечена точка E , а на биссектрисе BD — точка F таким образом, что $EF \parallel AC$ и $AF = AD$. Докажите, что $AB = BE$.
6. В треугольнике ABC биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке D ; прямая, проведённая через точку D параллельно CA , пересекает сторону AB в точке E ; прямая, проведённая через точку E параллельно BC , пересекает сторону AC в F . Докажите, что $EA = FC$.
7.
 - (а) В трапеции $ABCD (BC \parallel AD)$ диагональ AC делит угол A пополам. Серединный перпендикуляр к AC пересекается AD в точке K . Докажите, что $CK = BC$.
 - (б) В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C равны. Биссектриса угла B пересекает сторону AD в точке P . Перпендикуляр к BP , проходящий через точку A , пересекает сторону BC в точке Q . Докажите, что прямые PQ и CD параллельны.