

## Разложение на простые множители. Добавка

1. Павел нашел наименьшее натуральное число, которое делится на 1, ... 100. А Кирилл нашел наименьшее число, которое делится на числа 51, ..100. Докажите, что числа у Павла и Кирилла совпадают.
2. Докажите, что у уравнения  $y^2 = 2x^2$  нет решений в натуральных числах.
3. На доске выписаны числа 1, 2, ..., 100. На каждом этапе одновременно стираются все числа, не имеющие среди нестертых чисел делителей, кроме себя самого. Например, на первом этапе стирается только число 1. Какие числа будут стерты на третьем этапе? А на последнем этапе?
4. Софья выбрала 50 различных чисел из чисел от 1 до 2020. Может ли оказаться, что произведение любой пары из них является точным квадратом?