

Чётность

1. Ольга Андреевна прочитала в статье, что в России на данный момент ровно 70 234 127 людей состоят в официальном браке. Однако она уверена, что эти данные не верны. Почему?
2. Можно ли разрезать квадрат 7×7 на прямоугольнички 1×2 и четырехклетчатые фигурки из тетриса?
3. Чётным или нечётным является число
 - (a) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 2017 \cdot 2019$;
 - (b) $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + \dots + 2019 \cdot 2020$;
 - (c) $1 + 2 + 3 + \dots + 2020$;
 - (d) $1 + 3 + 5 + \dots + 2019$;
 - (e) $30 - 29 + 28 - 27 + \dots + 16 - 15$?
4. Артур перемножил 17 целых чисел и получил 1025, а Коля сложил эти же числа и получил 100. Докажите, что кто-то из них ошибся.
5. На главной диагонали доски 10×10 стоит 10 шашек. За один ход разрешается выбрать любую пару шашек и передвинуть каждую из них на одну клетку вниз. Можно ли за несколько таких шагов поставить все шашки на нижнюю горизонталь доски?
6. В книге 102 листа. Страницы пронумерованы по порядку числами от 3 до 208. Нехороший ребёнок вырвал из этой книги 35 листов и сложил все 70 чисел, которые на них написаны. В ответе у него получилось 2020. Не ошибся ли он?
7. В некоторой стране есть только монеты по 1, 3, 5 и 7 тугриков. У Машеньки в кармане ровно 143 тугрика, а у Сашеньки - 134 тугрика. Может ли быть так, что монет при этом у них поровну?
8. На доске написаны 123 целых числа.
 - (a) Докажите, что какими бы ни были числа, всегда можно стереть одно из них так, что сумма оставшихся чисел будет чётной.
 - (b) Верно ли это для 124 чисел?
9. Хулиганы Паша и Лёша порвали стенгазету, причём Паша рвал каждый кусок на 5 частей, а Лёша на 9. При попытке собрать стенгазету нашли 1988 обрывков. Докажите, что нашли не все кусочки.