Какие-то другие процессы

Не товары, а процессы их создания приносят компаниям долгосрочный успех.

Реинжиниринг корпорации

1. На острове живут красные и зеленые хамелеоны. Некоторые из них дружат (дружбы взаимны). Каждый день один из хамелеонов может изменить свой цвет (с красного на зеленый или с зеленого на красных), если среди его друзей большинство хамелеонов другого цвета. Докажите, что перекраски хамелеонов не могут продолжаться бесконечно.

2. На столе в ряд лежат N монет. За один ход можно перевернуть несколько (возможно одну) монет, лежащих подряд. Какого наименьшего количества ходов заведомо хватит для того, чтобы все монеты перевернуть орлом вверх?

3. **(a)** На съезд партии приехали 100 депутатов. Известно, что у каждого депутата не более 49 недругов среди присутствующих на съезде. Докажите, что руководитель партии сможет рассадить депутатов за круглый стол так, чтобы никакие два недруга не сидели рядом.
(b) Γ — граф, состоящий из $n \geqslant 3$ вершин. Про любые две несмежные вершины v и u известно, что $\deg v + \deg u \geqslant n$. Докажите, что в графе существует простой цикл длины n.

4. Степень каждой вершины графа не превосходит 11. Докажите, что все вершины этого графа можно раскрасить в четыре цвета так, что количество отрезков с одноцветными концами будет не более, чем количество вершин.

5. По окружности расставлены $2n$ красных и $2n$ синих точек, причем красные и синие точки чередуются. Красные точки разбиты на пары, и точки в каждой паре соединены красным отрезком. Аналогично проводятся синие отрезки. Докажите, что имеется не менее n пар пересекающихся разноцветных отрезков.

6. У Деда Мороза было n сортов конфет, по k штук каждого сорта. Он распределил все конфеты как попало по k подаркам, в каждый — по n конфет, и раздал их k детям. Дети решили восстановить справедливость. Два ребёнка готовы передать друг другу по конфете, если каждый получает конфету сорта, которого у него нет. Всегда ли можно организовать серию обменов так, что у каждого окажутся конфеты всех сортов?

7. На бесконечном клетчатом листе белой бумаги n клеток закрашено в чёрный цвет. В моменты времени $t = 1, 2, \ldots$ происходит одновременное перекрашивание всех клеток листа по следующему правилу: каждая клетка k принимает тот цвет, который имело в предыдущий момент большинство из трёх клеток: самой клетки k и её соседей справа и сверху (если две или три из этих клеток были белыми, то k становится белой; если две или три из них были чёрными — то чёрной). Докажите, что чёрные клетки исчезнут не позже, чем в момент времени $t = n$.