

Подсчёт двумя способами

1. Можно ли расставить по кругу 7 целых неотрицательных чисел так, чтобы сумма каких-то трех расположенных подряд чисел была равна 1, каких-то трех подряд расположенных — 2, ..., каких-то трех подряд расположенных — 7?
2. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?
3. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с 3 черными и 3 белыми. Сколько лоскутков белого цвета?
4. У царя Гороха было четверо сыновей, а дочерей не было. Его потомки тоже не имели дочерей, среди них 25 имели по 3 сына, а остальные вообще не имели детей. Сколько потомков было у царя Гороха?
5. Четыре девочки — Катя, Лена, Маша и Нина — участвовали в концерте. Они пели песни. Каждую песню исполняли три девочки. Катя спела 8 песен — больше, чем каждая из остальных, а Лена — 5 песен — меньше, чем каждая из остальных девочек. Сколько песен было спето?
6. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое были вместе на дежурстве не менее 14 раз.
7. На доске написано несколько натуральных чисел с суммой 100.
(а) Петя посчитал сколько на доске написано чисел и записал результат. Затем Петя посчитал, сколько чисел, больших 1, было выписано на доску и также записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске и записал результат. И так далее... Докажите, что сумма выписанных Петей чисел также равна 100.
(б) Вася проделал те же операции, но только с числами Пети. Докажите, что у Васи получился первоначальный набор чисел.
8. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)