

## Постепенное конструирование

1. На числовой прямой в точке 0 сидит хромой кузнечик, который умеет прыгать на 7 влево, а вправо — на 4.
  - (a) Как кузнечику перепрыгнуть на 1 правее;
  - (b) Как кузнечику перепрыгнуть на 1 левее;
  - (c) Докажите, что кузнечик сможет допрыгать до любого (как положительного, так и отрицательного) целого числа.
2.
  - (a) Покажите, каким образом можно выдать сумму 8, 9, 10, 11, 12 копеек, используя только трехкопеечные и пятикопеечные монеты.
  - (b) Докажите, что трёхкопеечными и пятикопеечными монетами можно выдать любую сумму, большую 7 копеек.
3.
  - (a) Как разрезать палку длины 7 см на 3 части так, чтобы, используя эти палочки, можно было отмерить любую длину от 1 до 7 см.
  - (b) Теперь разрежьте палку длины 15 см на 4 части, чтобы можно было отмерить любую длину от 1 до 15 см.
  - (c) А теперь разрежьте палку длины 1000 см на 10 частей, чтобы можно было отмерить любую длину от 1 до 1000 см.
4. Вупсень рвет каждый попадающий ему в руки кусок бумаги на 4 части, а Пупсень — на 6. Докажите, что объединенными усилиями они могут разорвать газету
  - (a) на 9, 10, 11 частей;
  - (b) на любое количество частей, начиная с девяти.
5. Найти число, которое равно сумме
  - (a) трех своих различных делителей;
  - (b) четырех своих различных делителей;
  - (c) пяти своих различных делителей.
6. В казино пришёл некий господин, у которого было с собой 1000 монет. Проиграть в этом казино можно не больше, чем три раза подряд. При выигрыше возвращается удвоенная ставка. Этот господин не хочет ставить более 10 монет за раз. Как ему выиграть 5000 монет?