

Логика. Построение отрицаний

1. *Разминка.* Пятеро болельщиков из пяти разных городов приехали в Москву на чемпионат мира по футболу. «Откуда вы приехали?» — спросили их. Вот что, они ответили.

Андреев: «Я живу в Астрахани, а Григорьев — в Белгороде.»

Борисов: «В Белгороде живёт Васильев, а я приехал из Вологды.»

Васильев: «Из Астрахани приехал я, а Борисов — из Геленджика.»

Григорьев: «Я прибыл из Белгорода, а Дмитриев — из Дзержинска.»

Дмитриев: «Андреев приехал из Вологды, а я живу в Дзержинске.»

Когда удивились противоречивости их ответов, болельщики объяснили: «Каждый высказал одно правильное утверждение, а другое — ложное. Но по нашим ответам вполне можно установить, откуда мы приехали.» Откуда же приехал каждый из болельщиков?

Определение. Отрицание к утверждению А — это такое утверждение В, которое неверно, если А верно и, наоборот, верно, если В неверно. То есть для любой ситуации должно подходить ровно одно из утверждений А или В.

2. В параллельной вселенной существует всего два размера яблок: большие и маленькие, и два цвета яблок: красные и зелёные. Какие виды яблок существуют в этой вселенной? Назовите, какие яблоки мог взять ёжик, если
- (a) он взял красные яблоки;
 - (b) он не брал большие яблоки;
 - (c) ёжик не взял большие и зелёные яблоки;
 - (d) он не брал яблоки, которые одновременно большие и зеленые.
3. Самостоятельно сформулируйте отрицания к следующим утверждениям (просто поставить в начале «не правда, что» - не считается. Нужно сформулировать именно противоречащее утверждение)
- (a) в корзине лежит 8 яблок;
 - (b) $n < 9$;
 - (c) этот пирожок с малиной или яблоками;
 - (d) Маша и Глаша умеют кататься на коньках;
 - (e) Ипполиту не 70 лет;
 - (f) завтра не будет математики и будет география.

4. Назовем преподавателя злым, если
- (a) он не поставил ни одной пятерки и ни одной четверки;
 - (b) хотя бы один ученик получил не больше двух пятерок;
 - (c) каждый ученик получил меньше четырех пятерок;
 - (d) хотя бы одну из положительных оценок никто не получил (Положительная оценка - оценка 5 или 4);
 - (e) обе положительные оценки кто-нибудь не получил.
- В каждом из пунктов сформулируйте, что значит, что преподаватель не является злым.
5. Сколько двузначных чисел, про которых не верны оба из утверждений «в этом числе есть цифра 0 и нет нечетных цифр» и «в этом числе есть цифра 5 или нет цифры 3»?
6. Найдите наименьшее трехзначное число, для которого не выполняется утверждение: «В этом числе есть цифра 2 или есть цифра 1 и в этом числе нет цифры 3 или нет цифры 4».
7. Даны верные утверждения: Все бармаглоты являются зелёными вуплями. Не все вупли зелёные. Если у вупли есть хотя бы одна нога, то эта вупля не зелёная. Всегда ли верны следующие утверждения, про каждое объясните, почему оно верное или неверное:
- (a) У бармаглотов нет ног;
 - (b) У любого бармаглота есть хотя бы одна нога;
 - (c) Если вупля - фиолетовая, то она не бармаглот;
 - (d) Все существа, у которых есть ноги - не зелёные;
 - (e) У всех зелёных существ нет ног;
 - (f) Бывают существа кроме вуплей и бармаглотов.
8. «Все жители острова Крит — лжецы» — сказал философ с острова Крит. Лжецы — те, кто всегда врёт. Какие из следующих утверждений верны, а какие нет, а о каких ничего нельзя сказать?
- (a) Все критяне — лжецы;
 - (b) Все критяне говорят правду;
 - (c) Философ — лжец;
 - (d) Философ говорит правду;
 - (e) Среди критян есть лжецы;
 - (f) Среди критян есть говорящие правду.