

### 02++ Делимость (добавка)

1. Назовём *волнообразными* натуральные числа вида  $abab\dots$ , которые больше 100 и образованы двумя чередующимися цифрами  $a$  и  $b$ . Например, число 67 не является волнообразным, а 767 – да. Докажите, что среди волнообразных чисел, образованных цифрами 6 и 7, нет простых.
2. Натуральные числа  $x$  и  $y$  таковы, что  $3x^2 + x = 4y^2 + y$ . Докажите, что число  $(x - y)$  – квадрат натурального числа.
3. Найдется ли такое простое число  $p$ , большее  $10^{100}$ , что число  $p + 210$  - составное?
4. Найдите наименьшее натуральное число, произведение всех натуральных делителей которого заканчивается ровно 2020 нулями.
5. а) Докажите, что если  $\text{НОД}(a; b; c) = 1$ , то  $\text{НОД}(a; bc) = \text{НОД}(a; b)\text{НОД}(a; c)$ ;  
б) Решите уравнение:  $\text{НОД}(a^2; b^2) + \text{НОД}(a; bc) + \text{НОД}(b; ac) + \text{НОД}(c; ab) = 199$ .

### 02++ Делимость (добавка)

1. Назовём *волнообразными* натуральные числа вида  $abab\dots$ , которые больше 100 и образованы двумя чередующимися цифрами  $a$  и  $b$ . Например, число 67 не является волнообразным, а 767 – да. Докажите, что среди волнообразных чисел, образованных цифрами 6 и 7, нет простых.
2. Натуральные числа  $x$  и  $y$  таковы, что  $3x^2 + x = 4y^2 + y$ . Докажите, что число  $(x - y)$  – квадрат натурального числа.
3. Найдется ли такое простое число  $p$ , большее  $10^{100}$ , что число  $p + 210$  - составное?
4. Найдите наименьшее натуральное число, произведение всех натуральных делителей которого заканчивается ровно 2020 нулями.
5. а) Докажите, что если  $\text{НОД}(a; b; c) = 1$ , то  $\text{НОД}(a; bc) = \text{НОД}(a; b)\text{НОД}(a; c)$ ;  
б) Решите уравнение:  $\text{НОД}(a^2; b^2) + \text{НОД}(a; bc) + \text{НОД}(b; ac) + \text{НОД}(c; ab) = 199$ .