

07 Деление с остатком

Определения. Целое число a делится на целое число b , если существует такое целое число k , что $a = bk$. Разделить целое число a с остатком на натуральное число b означает представить его в виде: $a = bk + r$, причем k и r – целые числа и $0 \leq r < b$.

1. Число a дает при делении на 10 остаток 2. Какой остаток может оно давать при делении: а) на 20; б) на 15 ?
2. Число a дает при делении на 8 остаток 5, а при делении на 12 – остаток 3. Какие остатки оно может давать при делении а) на 6; б) на 24?
3. Число $2n$ дает при делении на 13 остаток 6. Какой остаток при делении на 13 может давать число n ?
4. Шестеро шпионов, собираясь в 24-дневный рейд по тылам врага, взяли с собой огромный рюкзак конфет. Они распределили конфеты поровну на 24 дня и еще 18 конфет осталось на случай возникновения непредвиденных обстоятельств. Не прошло и часа, как шпионам пришлось разделиться, и каждый пошел своей дорогой. При этом все конфеты были поделены поровну между шпионами. Джеймс распределил доставшиеся ему конфеты поровну на 24 дня, а остальные отложил для подкупа часовых. Какое количество конфет могло быть отложено?
5. На Поле Чудес растут деревья с золотыми монетами. Каждую ночь на каждом дереве вырастает по одной новой монете. 1 февраля на деревьях было всего 1000 монет. В один из следующих февральских дней Буратино посадил еще одно дерево, и 1 марта на деревьях оказалось всего 2400 монет. В какой день Буратино посадил дерево?
6. Можно ли так записать в строку числа от 1 до 101 включительно, чтобы сумма любых четырех подряд идущих чисел делилась на 3 ?
7. Даша и Ксюша делят одно и то же натуральное число с остатком. Даша делит его на 8, а Ксюша на 9. Частное, которое получила Даша, и остаток, который получила Ксюша, в сумме дают 13. Какой остаток получился у Даши?
8. Все натуральные числа поделены на хорошие и плохие. Известно, что если число a хорошее, то и число $a + 6$ тоже хорошее, а если число b плохое, то и число $b + 15$ тоже плохое. Когда взяли N первых чисел, оказалось, что среди них плохих чисел в три раза меньше, чем хороших. Чему равно N ?
9. Последовательность a_1, a_2, \dots, a_N определена следующим образом $a_1 = 2$, а число a_k равно наибольшему простому делителю числа $a_1 \times a_2 \times \dots \times a_{k-1} + 1$. Докажите, что эта последовательность не содержит числа 5.