

## 02+ Простые числа (добавка)

14. Про числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  известно, что  $\text{НОД}(a,b,c) = 1$  и они удовлетворяют условию  $ab = ac+bc$ . Докажите, что  $abc$  — точный квадрат.
15. Докажите, что существует 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых ровно 7 простых.
16. Два игрока по очереди выписывают делители натурального числа  $n$ . При этом нельзя повторять те числа, которые уже выписывали ранее, и каждое выписанное число должно быть взаимнопросто с числом, которое только что выписал соперник. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре:
- а) если  $n$  — степень простого числа?
  - б) если  $n$  — произведение нескольких простых чисел, каждое из которых входит в разложение в первой степени?
  - в) если  $n$  — произвольное натуральное число.

## 02+ Простые числа (добавка)

14. Про числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  известно, что  $\text{НОД}(a,b,c) = 1$  и они удовлетворяют условию  $ab = ac+bc$ . Докажите, что  $abc$  — точный квадрат.
15. Докажите, что существует 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых ровно 7 простых.
16. Два игрока по очереди выписывают делители натурального числа  $n$ . При этом нельзя повторять те числа, которые уже выписывали ранее, и каждое выписанное число должно быть взаимнопросто с числом, которое только что выписал соперник. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре:
- а) если  $n$  — степень простого числа?
  - б) если  $n$  — произведение нескольких простых чисел, каждое из которых входит в разложение в первой степени?
  - в) если  $n$  — произвольное натуральное число.