

03 Комбинаторика

Определение. Числом перестановок из n элементов называется количество способов выписать в строчку все эти n элементов. Оно обозначается P_n и находится по формуле:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

1. Сколько есть перестановок цифр 1, 2, 3, ..., 9 в которых:

- цифры 4 и 8 стоят на своих местах;
- цифры 1 и 2 не стоят рядом?

Определение. Числом размещений из n элементов по k называется количество способов выписать в строчку k различных элементов из данных n (строчки, отличающиеся порядком, считаются разными). Оно обозначается A_n^k . Находится по формуле:

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

2. В лотерее случайным образом определяются три первых места среди 18 участников. Сколько имеется способов вручить первый, второй и третий приз?

Определение. Числом сочетаний из n элементов по k называется количество способов выбрать k элементов из данных n различных элементов (наборы, отличающиеся порядком элементов, считаются одинаковыми). Оно обозначается C_n^k . Находится по формуле:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

3. Первоклассница Оля носит фамилию Ли. Она составила свои имя и фамилию из заглавных букв магнитной азбуки. Вот так: ОЛЯ ЛИ. А потом задумалась, какие имена и фамилии можно составить, используя все эти пять букв.

Вот, например: ИЛЛ ЯО или Л ЛИЯО. Будем считать, что именем и фамилией может быть любое сочетание букв и даже одна единственная буква, независимо от того, гласные они или согласные. Сколько разных сочетаний из имени и фамилии сможет составить девочка? (Каждый раз должны быть использованы все 5 букв).

4. Напишите печатными буквами свое полное имя и фамилию. Сколько разных сочетаний из имени и фамилии можно составить, используя все выписанные вами буквы? Как и в предыдущей задаче, каждый раз должны быть использованы все буквы.

5. Назовем имя, состоящее из одних только гласных букв, громким. Назовем фамилию, в которой нет гласных букв, неговорящей. Сколько комплектов из громкого имени и неговорящей фамилии могли вы составить в задаче 4?

6. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. В скольких случаях среди этих карт

- есть ровно один туз?
- есть ровно два туза?
- нет ни одного туза?
- есть хотя бы один туз?

Школа 444. 7-1. Спецмат 2020-2021.

7. Группа состоит из 10 артистов. Сколькими способами можно выбрать из неё для двух вечеров по 6 человек для участия в спектаклях так, чтобы эти составы не совпадали друг с другом? (То есть эти два состава должны отличаться хотя бы одним участником.)
8. Из трёх джедаев и семи падованов нужно выбрать пять воинов, среди которых должен быть хотя бы один джедай. Сколькими способами можно это сделать?
9. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по четыре человека, если в каждую команду должен войти хотя бы один юноша?
10. Маша очень любит животных, у паучка Маши 8 одинаковых носков и 8 одинаковых ботинок. Паук каждую секунду либо надевает на одну из своих ног носок, либо натягивает ботинок на какую-нибудь из ног, на которую носок уже надет (у паука 8 ног, на каждую ногу он надевает один носок и один ботинок). Два способа обувания паука считаются различными, если паук хотя бы в одну из 16 секунд делает различные действия. Сколькими различными способами паук может обуться?
11. Клетки доски 4×4 заполнены числами 1 и 2. Сколько способов заполнить доску так, чтобы сумма чисел в каждой строке и каждом столбце была простым числом?
12. Сколькими способами можно на доске 30×30 расставить сорок одинаковых ладей так, чтобы каждая была ровно одну другую?
13. У Дирихле есть семь клеток: в одной из них сидит 1 кролик, в другой — 2, в третьей — 3, ..., в седьмой — 7. Сколько существует способов пронумеровать клетки от 1 до 7 так, чтобы ровно в одной клетке количество кроликов было больше, чем её порядковый номер?