

19+ Дискретная непрерывность. Добавка.

11. В начале перемены в буфете стояла очередь из 50 учеников. Самый первый школьник попросил себе суп. Второй – от супа отказался. Докажите, что в некоторый момент количество учеников, отказавшихся от супа, было равно количеству учеников, собиравшихся его взять.
12. На каждой клетке полоски шириной в одну клетку сидит по одному жуку. В определенный момент все жуки взлетают и садятся на новые клетки (возможно, несколько жуков на одну), причем если два жука до перелета сидели на соседних по стороне клетках, то после перелета они оказываются либо на одной и той же клетке, либо на соседних. Докажите, что найдется жук, который оказался либо на той же клетке, на которой был до перелета, либо на соседней с ней по стороне.
13. Есть бактерия, которая делится в некоторый момент времени на две новых бактерии. Затем в каждую минуту какая-то из имеющихся бактерий вновь делится на две новых. Сейчас число бактерий равно 1000. Докажите, что в какой-то момент существовала бактерия, потомство которой сейчас составляет не менее 333 и не более 667 потомков.
14. Докажите, что существуют 1000000 подряд идущих натуральных чисел, среди которых ровно 5 простых.