

## 16+ Индукция - добавка

11. Несколько теннисистов сыграли турнир – каждый сыграл с каждым ровно по одному матчу. Оказалось, что нет таких трёх игроков А, В, С, что А выиграл у В, В выиграл у С, а С выиграл у А. Докажите, что есть игрок, который победил во всех своих играх.
12. Несколько теннисистов сыграли турнир – каждый сыграл с каждым ровно по одному матчу. Оказалось, что среди любых десяти игроков найдётся кто-то, кто проиграл не более одной игры остальным девяти. Докажите, что есть игрок, который проиграл не больше одной игры за весь турнир.
13. Можно ли из последовательности  $1, 1/2, 1/3, \dots, 1/n, \dots$  выбрать (сохраняя порядок) миллион чисел, так, чтобы каждое, начиная с третьего, равнялось разности двух предыдущих ( $a_k = a_{k-2} - a_{k-1}$ )?
14. Жили-были два любителя головоломок. Один работал королем, второй сидел в королевской тюрьме. “Нехорошо держать в тюрьме коллегу, – подумал как-то король, – но и освобождать просто так не годится.” На следующий день узника привели к королю. Король вручил ему два одинаковых квадратных листа фанеры, каждый из которых был разлинован на 1000 одинаковых квадратных клеток. “Сначала ты вырежешь из одного листа десять фигур общей площадью в 999 клеток, – сказал король. – Потом я отмечу одну из клеток второго листа, а ты должен будешь наложить вырезанные фигуры на второй лист так, чтобы они полностью закрывали все его клетки, кроме отмеченной. Справишься – освобожу, не справишься – не обессудь.” Есть ли у узника возможность вырезать такие фигуры, чтобы наверняка (независимо от того, какую клетку укажет король) выйти на свободу?