

Метод от противного. Принцип Дирихле. Добавка.

Тут можно решать задачи как угодно.

9. Каждая клетка таблицы 2020×2020 покрашена в один из 2019 цветов. За ход можно взять строку или столбец и, если там есть две клетки одного цвета, перекрасить эту строку или столбец в этот цвет. Всегда ли можно за несколько ходов покрасить всю таблицу в один цвет?
10. Вокруг круглого озера через равные промежутки растут 2019 деревьев: 1009 сосен и 1010 ёлок. Докажите, что обязательно найдется дерево, рядом с которым растёт сосна и с другой стороны от которого через одно дерево тоже растёт сосна.
11. По окружности длины 30 см прыгает кузнечик. За каждый прыжок кузнечик смещается на 2 см. Известно, что при таких прыжках кузнечик ни в какой точке не побывает дважды. Доказать, что кузнечик рано или поздно приземлится не дальше, чем 0,001 см от начальной точки.
12. Можно ли из чисел от 1 до 2020 выбрать 1111 чисел так, чтобы среди них не было двух чисел таких, что одно делится на другое?