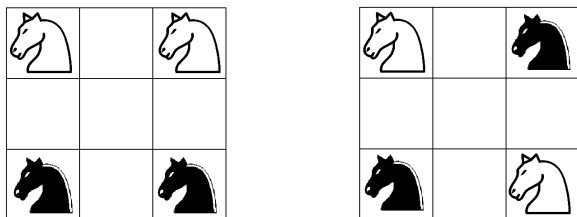


Рисуем графы

Пример задачи.

Два чёрных и два белых коня стоят на доске 3×3 (рисунок слева). Могут ли они сходить так, чтобы получилась расстановка как на рисунке справа?

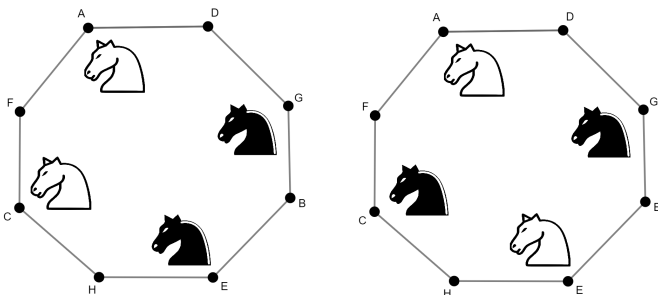


Ответ: нет.

Решение. Заметим, что кони могут перемещаться только по 8 клеткам (всем, кроме центральной). Обозначим эти клетки, как показано на рисунке ниже.

A	B	C
H		D
G	F	E

Рассмотрим граф. Пусть наши 8 клеток — вершины графа. Две вершины будем соединять ребром, если соответствующие им клетки отстоят друг от друга на ход коня. Если отдельно нарисовать граф, то можно заметить, что он принимает форму восьмиугольника. При этом кони могут «путешествовать» по нашему графу, перемещаясь по его рёбрам.



Отсюда уже нетрудно понять, что из конфигурации коней, изображённой слева, невозможно получить конфигурацию коней, изображённую справа.

Решение каждой сдаваемой задачи должно быть полностью записано в тетради.

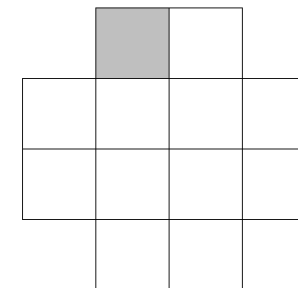
- Архипелаг состоит из пятнадцати островов, пронумерованных от 1 до 15. Известно, что между двумя островами построен мост ровно в том случае, когда сумма номеров островов делится на 5. Можно ли с острова №1 добраться до острова №15?
- Андрей, Боря, Вася, Гена, Дима и Евгений пошли на обед в столовую. Троице из них удалось сесть за круглый стол так, у любых двух, сидящих рядом, в именах встретились хотя бы две одинаковые буквы. Кто сел за круглый стол?
- На переписывание контрольной работы пришли Аня, Вера, Саша, Денис, Елисей и Федя. Учитель знает, что следующие пары детей часто списывают друг у друга:
 - Аня и Елисей;
 - Вера и Саша
 - Елисей и Федя;
 - Денис и Вера;
 - Саша и Елисей;
 - Вера и Федя.

Учитель подготовил два первых варианта и четыре вторых. Кому надо выдать первый вариант, чтобы никто ни у кого не списал?

- Найдите наибольшее десятизначное число, удовлетворяющее следующим двум условиям:
 - все цифры в нём различны;
 - произведение любых двух соседних цифр не превосходит 20.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

- В клетках квадрата 3×3 записаны буквы (см. рисунок). Можно ли их расставить так, чтобы любые две буквы, исходно отстоявшие на ход коня, после перестановки оказались в клетках, отстоящих на ход короля?
- В трёх вершинах пятиугольника сидит по кузнечик. Любой кузнечик может прыгнуть по диагонали пятиугольника в незанятую другим кузнечиком вершину. Могло ли так оказаться, что спустя какое-то время один кузнечик вернулся в первоначальную вершину, а двое других поменялись местами?



- Хулиган Петя вырезал часть шахматной доски (см. рисунок). В закрашенной клетке стоит шахматный конь. Сколько существует способов обойти этим конём всю доску так, чтобы побывать в каждой клетке ровно один раз и вернуться в первоначальную клетку?