

## Раскраски

### Задачи для обсуждения

1. На каждой клетке доски  $7 \times 7$  сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по диагонали клетки. Докажите, что при этом найдется хотя бы 7 свободных клеток.
2. Петя и Вася играют в игру «Морской бой». Петя расположил «линкор» (прямоугольник  $1 \times 4$ ) где-то внутри квадратного поля  $7 \times 7$ . Вася по одной называет клетки поля (производит «выстрелы»), и Петя говорит ему, попал ли он в линкор. За какое наименьшее количество выстрелов Петя наверняка подберет линкор?
3. Из доски  $5 \times 5$  вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники  $3 \times 1$ . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.

### Задачи для самостоятельного решения

1. Можно ли разбить квадрат  $8 \times 8$  с отрезанным уголком на прямоугольники  $1 \times 3$ ?
2. Можно ли разрезать квадрат  $10 \times 10$  на прямоугольники  $1 \times 4$ ?
3. Можно ли квадрат  $6 \times 6$  разрезать на 11 прямоугольников  $1 \times 3$  и один трехклеточный уголок?
4. В левый нижний угол шахматной доски  $8 \times 8$  поставлено в форме квадрата  $3 \times 3$  девять фишек. Фишка может прыгать на свободное поле через рядом стоящую фишку, то есть симметрично отражаться относительно её центра (прыгать можно по вертикали, горизонтали и диагонали). Можно ли за некоторое количество таких ходов поставить все фишки вновь в форме квадрата  $3 \times 3$ , но в другом углу:  
(a) левом верхнем,  
(b) правом верхнем?
5. Можно ли разрезать квадрат  $8 \times 8$  на 17 вертикальных и 15 горизонтальных доминошек?
6. Можно ли куб  $5 \times 5 \times 5$ , у которого вырезаны два противоположных угловых кубика, разбить на параллелепипеды  $1 \times 1 \times 3$ ?
7. Доску  $123 \times 123$  разбили на прямоугольники  $1 \times 3$ . Докажите, что число горизонтальных прямоугольников делится на 3.