

Раскраски. Добавка.

8. Квадрат 8×8 клеток раскрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить все его клетки в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные — в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?
9. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.
10. Клетку квадрата 11×11 назовем *хорошей*, если после её удаления оставшуюся часть можно разрезать на прямоугольники 1×4 . Сколько существует хороших клеток?
11. В таблице 100×100 покрашены $4n$ клеток. Докажите, что можно выбрать n таких клеток, что никакие две из них не имеют общих точек.