

Графы

Упражнения

1. В государстве 50 городов. Из каждого города выходит 7 дорог. Сколько всего дорог в этом государстве?
2. В стране 1 столица, 15 городов и 50 деревень. Сколько в стране дорог, если из столицы выходит 20 дорог, из каждого города по 4 дороги, а из каждой деревни всего по 1?
3. В однокруговом футбольном турнире участвовали 6 команд. К середине турнира оказалось, что 4 команды сыграли по 2 матча, а две оставшиеся команды сыграли по одному матчу. Сколько матчей было сыграно к середине турнира?
4. Граф состоит из 7 вершин и 7 рёбер. Известно, что у двух вершин степень 2, а у трёх — степень 3. Докажите, что в этом графе есть изолированная вершина.
5. В государстве от каждого города выходит по 3 дороги. Может ли в нём быть ровно 100 дорог?

Задачи

6. Дядька Черномор и 33 богатыря в течение 50 дней каждый день отправляли двух человек патрулировать берег моря (либо двух богатырей, либо дядьку Черномора вместе с одним богатырём). Причём никакая пара людей не дежурила дважды. Могло ли так оказаться, что каждый богатырь дежурил ровно два раза?
7. У короля 19 баронов-вассалов. Может ли оказаться, что у каждого вассального баронства 1, 5 или 9 соседних баронств?
8. До звонка на урок Вася успел поздороваться за руку со всеми своими одноклассниками, а Петя — со всеми, кроме Андрея. Больше никто не успел ни с кем поздороваться. Сколько в классе мальчиков, если известно, чтобы было сделано 22 рукопожатия?
9. Можно ли нарисовать на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
10. В стране из каждого города выходит 100 дорог и от каждого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от каждого города можно добраться до любого другого.