

Чётность. Чередование. Шахматы.

1. Артур перемножил 17 целых чисел и получил 2021, а Коля сложил эти же числа и получил 444. Докажите, что кто-то из них ошибся.
2. На каждой клетке доски 7×7 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом окажется хотя бы одна пустая клетка.
3. Учитель написал на доске число 444. Все ученики из класса по очереди подходят к доске и либо прибавляют к числу 13, либо вычитают из числа 13. В классе учатся 30 школьников. Могло ли получиться число **(a)** 4; **(b)** 67; **(c)** 60?
4. Можно ли числа от 1 до 64 расставить в клетки шахматной доски так, чтобы каждое число было либо больше всех своих соседей, либо меньше всех своих соседей? Две клетки будем считать соседними, если у них есть общая сторона.
5. Можно ли разрезать квадрат 10×10 на Т-тетраминошки? (Домино, тримино, тетрамино, пентамино, ... — фигурки, составленные из 2, 3, 4, 5, ... клеток соответственно.)
6. Кузнечик прыгает по прямой, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз — на 2 см и так далее. Мог ли он после 50 прыжков оказаться там, где начинал?
7. Шахматный король обошел шахматную доску, побывав в каждой клетке один раз, и вернулся в первоначальную клетку. Докажите, что он сделал чётное число диагональных ходов.