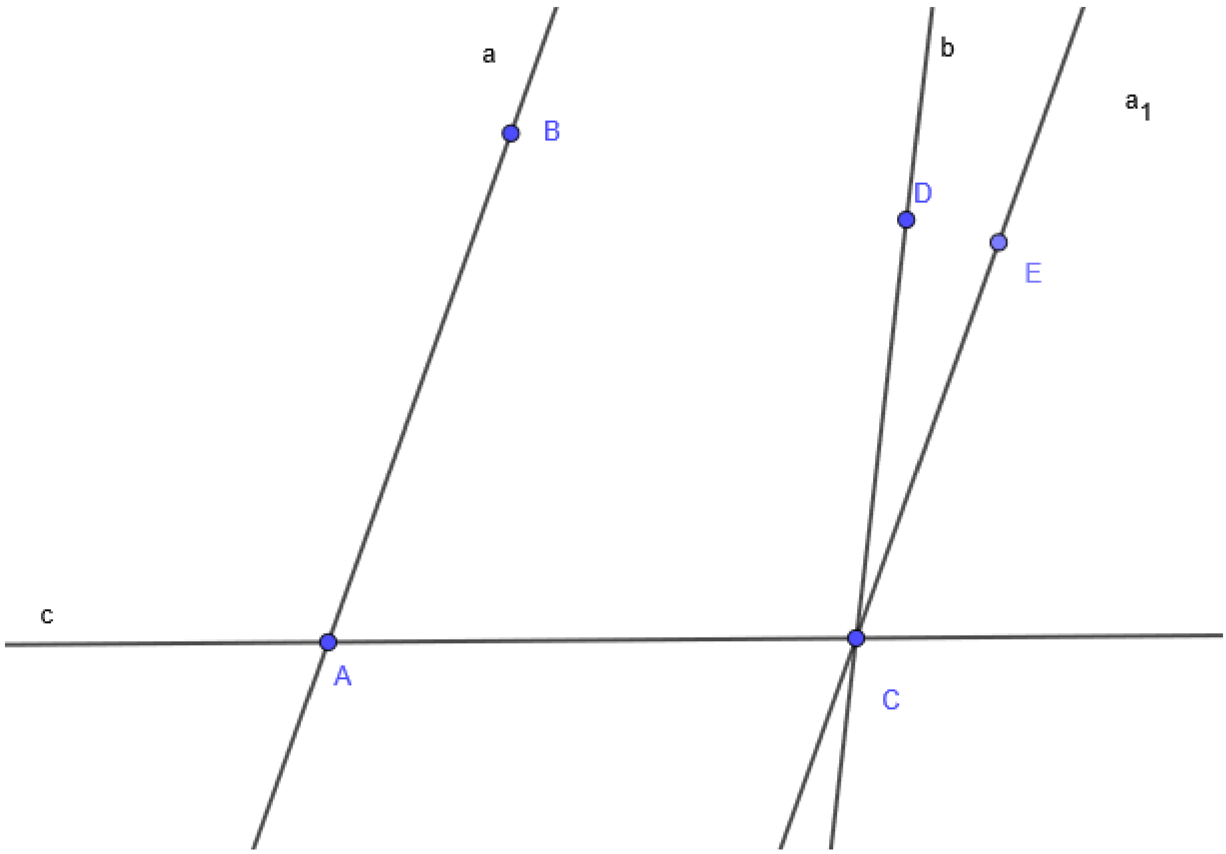
Решение № 8

Докажем из второго первое. Так как если на плоскости при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов меньше 180° , то эти прямые при достаточном продолжении пересекаются, то для если мы рассмотрим прямую (назовем ее AB) и точку C, то для угла BAC можно будет построить только один угол ACD, односторонний к BAC, с которым он в сумме будет давать 180° . А для всех остальных либо сумма $\angle BAC+\angle ACD< 180^{\circ}$ и тогда прямые будут пересекаться, либо $\angle BAC+\angle ACD> 180^{\circ}$ и тогда сумма им смежных меньше 180°, а значит прямые также будут пересекаться. По признаку параллельности, если $\angle BAC+\angle ACD= 180^{\circ}$, то $AB\|CD$, а значит будет существовать ровно одна прямая параллельная данной.
Докажем из первого второе. Пусть у нас есть прямые a,b, которые при пересечении секущей с образуют углы такие, что $\angle BAC+\angle ACD< 180^{\circ}$ (см рис), нам нужно доказать, что a пересекает b с той же стороны, что и лежит точка B. Проведем через точку C прямую a_1, так чтобы $\angle BAC+\angle ACE= 180^{\circ}$ (см рис.), а значит по признаку параллельную a. Тогда луч CD и a будут лежать с одной стороны от прямой a_1, так как $\angle BAC+\angle ACD< 180^{\circ}= \angle BAC+\angle ACE$, а часть прямой b без этого луча по-другую сторону от прямой a_1 (так как для любой такой точки X отрезок пересекает DX пересекает a_1). Значит та часть прямой и a не могут пересечься, так как лежат с разных сторон от a_1, но прямые a и b должны пересечься так как существует только одна прямая параллельная данной. Что и требовалось доказать.



№9
В равнобедренном треугольнике *ABC (AB=BC)* провели биссектрису *AD*. Известно, что *BD=AC*. Докажите, что *AD=AC*.