Принцип крайнего

0. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.

1. Можно ли в вершинах кубика расставить числа от 1 до 8 так, чтобы разность любых двух соседних по ребру чисел была не больше двух? (Из большего вычитаем меньшее.)

2. Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

3. Несколько гангстеров сидят за круглым столом и делят награбленное, причём доля каждого составляет ровно половину от суммы долей его соседей справа и слева. Докажите, что всем денег достанется поровну.

4. На шахматной доске стоит несколько ладей. Может ли быть так, что все бьют а)четыре б) три ладьи?

5. Ночью на городской площади собралось 2017 гангстеров. Они не смогли мирно договориться, и каждый из них выстрелил в ближайшего к нему гангстера. Все они выстрелили одновременно, все попарные расстояния между гангстерами различны. Докажите, что не все гангстеры будут убиты.

6. На доске выписано 100 различных чисел. Докажите, что среди них можно выбрать 5 чисел так, чтобы их среднее арифметическое не будет равно среднему арифметическому никаких шести чисел.

7. На листке написаны несколько натуральных чисел. Известно, что для любых двух найдется на листке число, которое на каждое из них делится. Докажите, что на листке найдется число, которое делится на все числа.

8. 8 теннисистов провели круговой турнир. Докажите, что найдутся 4 теннисиста A,B,C,D, такие что A выиграл у B,C,D, B выиграл у C и D, C выиграл у D. В теннисе не бывает ничьи.

9. На окружности стоят n целых чисел, каждое из которых равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 94. Найдите эти числа и порядок их следования по окружности. Найдите все возможные значения n.

10. В течение дня в библиотеке побывало 100 читателей. Оказалось, что в тот день из любых трёх читателей двое в библиотеке встретились. Докажите, что сотрудник библиотеки мог сделать важное сообщение в такие два момента времени, чтобы все 100 человек его услышали. (Каждый читатель побывал в библиотеке только один раз.)

11. На полях шахматной доски расставлены числа $1, 2, \ldots, 64$. Докажите, что найдется пара соседних по стороне клеток, где числа отличаются не меньше, чем на 5.

Домашнее задание

12. Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими своими концами упирался строго внутрь каких-то двух других отрезков?

Принцип крайнего

0. По кругу выписано несколько натуральных чисел, каждое из которых не превосходит одного из соседних с ним. Докажите, что среди этих чисел точно есть хотя бы два равных.

1. Можно ли в вершинах кубика расставить числа от 1 до 8 так, чтобы разность любых двух соседних по ребру чисел была не больше двух? (Из большего вычитаем меньшее.)

2. Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

3. Несколько гангстеров сидят за круглым столом и делят награбленное, причём доля каждого составляет ровно половину от суммы долей его соседей справа и слева. Докажите, что всем денег достанется поровну.

4. На шахматной доске стоит несколько ладей. Может ли быть так, что все бьют а)четыре б) три ладьи?

5. Ночью на городской площади собралось 2017 гангстеров. Они не смогли мирно договориться, и каждый из них выстрелил в ближайшего к нему гангстера. Все они выстрелили одновременно, все попарные расстояния между гангстерами различны. Докажите, что не все гангстеры будут убиты.

6. На доске выписано 100 различных чисел. Докажите, что среди них можно выбрать 5 чисел так, чтобы их среднее арифметическое не будет равно среднему арифметическому никаких шести чисел.

7. На листке написаны несколько натуральных чисел. Известно, что для любых двух найдется на листке число, которое на каждое из них делится. Докажите, что на листке найдется число, которое делится на все числа.

8. 8 теннисистов провели круговой турнир. Докажите, что найдутся 4 теннисиста A,B,C,D, такие что A выиграл у B,C,D, B выиграл у C и D, C выиграл у D. В теннисе не бывает ничьи.

9. На окружности стоят n целых чисел, каждое из которых равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 94. Найдите эти числа и порядок их следования по окружности. Найдите все возможные значения n.

10. В течение дня в библиотеке побывало 100 читателей. Оказалось, что в тот день из любых трёх читателей двое в библиотеке встретились. Докажите, что сотрудник библиотеки мог сделать важное сообщение в такие два момента времени, чтобы все 100 человек его услышали. (Каждый читатель побывал в библиотеке только один раз.)

11. На полях шахматной доски расставлены числа $1, 2, \ldots, 64$. Докажите, что найдется пара соседних по стороне клеток, где числа отличаются не меньше, чем на 5.

Домашнее задание

12. Можно ли на плоскости расположить 1000 отрезков так, чтобы каждый отрезок обоими своими концами упирался строго внутрь каких-то двух других отрезков?