

Индукция-3.Неравенства

1. При каких натуральных n верно
 - а) $2^n > 2n + 1$?
 - б) $2^n > n^2$?
 - в) $2^n > n^3$?
2. Докажите для любого натурального $n > 1$ верно
$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$
3. **Неравенство Бернулли** Докажите для $a > -1$, $a \neq 0$ и натурального $n > 1$ верно
$$(1 + a)^n > 1 + an$$
4. Докажите для любого натурального $n > 1$ верно
$$\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$
5. Докажите для натурального $n > 1$ и любых a, b , для которых верно $a + b > 0$ и $a \neq b$ неравенство
$$2^{n-1}(a^n + b^n) > (a + b)^n$$
6. Докажите для любого $x > 0$ и для любого натурального n
$$x^n + x^{n-2} + x^{n-4} + \dots + \frac{1}{x^{n-2}} + \frac{1}{x^n} \geq n + 1$$
7. Докажите для любого натурального n верно
$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} < \frac{5n-2}{2n}$$
8. Докажите для натурального $n > 1$ верно
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$

Домашнее задание сделать один из номеров, которые не были сданы на занятии, письменно.

Индукция-3.Неравенства

1. При каких натуральных n верно
 - а) $2^n > 2n + 1$?
 - б) $2^n > n^2$?
 - в) $2^n > n^3$?
2. Докажите для любого натурального $n > 1$ верно
$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$$
3. **Неравенство Бернулли** Докажите для $a > -1$, $a \neq 0$ и натурального $n > 1$ верно
$$(1 + a)^n > 1 + an$$
4. Докажите для любого натурального $n > 1$ верно
$$\frac{4^n}{n+1} < \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$
5. Докажите для натурального $n > 1$ и любых a, b , для которых верно $a + b > 0$ и $a \neq b$ неравенство
$$2^{n-1}(a^n + b^n) > (a + b)^n$$
6. Докажите для любого $x > 0$ и для любого натурального n
$$x^n + x^{n-2} + x^{n-4} + \dots + \frac{1}{x^{n-2}} + \frac{1}{x^n} \geq n + 1$$
7. Докажите для любого натурального n верно
$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} < \frac{5n-2}{2n}$$
8. Докажите для натурального $n > 1$ верно
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$

Домашнее задание сделать один из номеров, которые не были сданы на занятии, письменно.