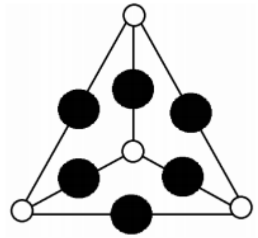
Ох, уж эта четность

1. В Ордене Феникса 40 волшебников. Каждый вечер трое из них отправляются на дежурство. Можно ли организовать дежурство так, чтобы через некоторое время оказалось, что каждый дежурил с каждым ровно один раз?
2. Можно ли выписать в ряд по одному разу цифры от 1 до 9 так, чтобы между единицей и двойкой, двойкой и тройкой, ..., восьмёркой и девяткой было нечётное число цифр?
3. К 17-значному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Докажите, что хотя бы одна цифра полученной суммы четна.
4. Можно ли какие-нибудь 10 последовательных натуральных чисел расположить в 10 кружочках (4 белых и 6 черных) так, чтобы среднее арифметическое любых двух белых чисел равнялось черному числу между ними?



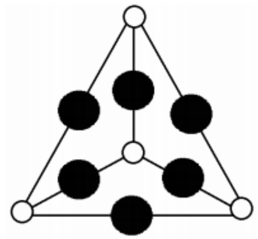
5. По кругу в некотором порядке расставлены все натуральные числа от 1 до 1000 таким образом, что любое из чисел является делителем суммы двух своих соседей. Известно, что рядом с числом *k* стоят два нечетных числа. Какой четности может быть число *k*?
6. Можно ли расставить по кругу натуральные числа от 1 до 30 (каждое должно встречаться один раз) таким образом, чтобы сумма любых двух соседних чисел делилась на следующее за ними по часовой стрелке?
7. Квадрат размером 6x6 покрыт без наложений доминошками размером 1x2. Докажите, что можно разрезать квадрат прямолинейным разрезом, не повредив ни одной доминошки.
8. В клетках квадрата 13×13 расставлены нули и единицы. Оказалось, что в любом квадрате 2×2 сумма чисел четна, а в любом кресте из 5 клеток сумма чисел нечетна. Докажите, что сумма чисел в углах нашего квадрата 13×13 делится на 4.
9. По кругу расставлены 2005 натуральных чисел.Доказать, что найдутся два соседних числа, после выкидывания которых оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.

Домашнее задание

10. Можно ли множество всех натуральных чисел, больших 1, разбить на два непустых подмножества так, чтобы для каждых двух чисел a и b из одного множества число ab– 1 принадлежало другому?

Ох, уж эта четность

1. В Ордене Феникса 40 волшебников. Каждый вечер трое из них отправляются на дежурство. Можно ли организовать дежурство так, чтобы через некоторое время оказалось, что каждый дежурил с каждым ровно один раз?
2. Можно ли выписать в ряд по одному разу цифры от 1 до 9 так, чтобы между единицей и двойкой, двойкой и тройкой, ..., восьмёркой и девяткой было нечётное число цифр?
3. К 17-значному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Докажите, что хотя бы одна цифра полученной суммы четна.
4. Можно ли какие-нибудь 10 последовательных натуральных чисел расположить в 10 кружочках (4 белых и 6 черных) так, чтобы среднее арифметическое любых двух белых чисел равнялось черному числу между ними?



5. По кругу в некотором порядке расставлены все натуральные числа от 1 до 1000 таким образом, что любое из чисел является делителем суммы двух своих соседей. Известно, что рядом с числом *k* стоят два нечетных числа. Какой четности может быть число *k*?
6. Можно ли расставить по кругу натуральные числа от 1 до 30 (каждое должно встречаться один раз) таким образом, чтобы сумма любых двух соседних чисел делилась на следующее за ними по часовой стрелке?
7. Квадрат размером 6x6 покрыт без наложений доминошками размером 1x2. Докажите, что можно разрезать квадрат прямолинейным разрезом, не повредив ни одной доминошки.
8. В клетках квадрата 13×13 расставлены нули и единицы. Оказалось, что в любом квадрате 2×2 сумма чисел четна, а в любом кресте из 5 клеток сумма чисел нечетна. Докажите, что сумма чисел в углах нашего квадрата 13×13 делится на 4.
9. По кругу расставлены 2005 натуральных чисел.Доказать, что найдутся два соседних числа, после выкидывания которых оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.

Домашнее задание

10. Можно ли множество всех натуральных чисел, больших 1, разбить на два непустых подмножества так, чтобы для каждых двух чисел a и b из одного множества число ab– 1 принадлежало другому?