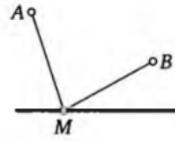
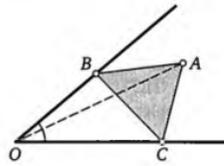


Кратчайшие пути.

1. В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую деревни A и B , чтобы путь $AMNB$ из A в B был кратчайшим? (Берега реки считаются параллельными прямыми, мост перпендикулярен берегам.)



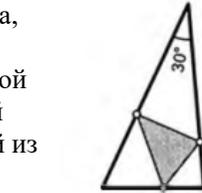
2. **Задача Герона.** Точки A и B лежат по одну сторону от прямой. Постройте на этой прямой такую точку M , чтобы сумма отрезков $AM + BM$ была минимальна.



3. Докажите, что из всех треугольников с данным основанием и данной высотой, проведенной к этому основанию, наименьший периметр имеет равнобедренный треугольник.

4. Точки A и B находятся по разные стороны от прямой. Найдите на этой прямой такую точку M , чтобы модуль разности $|AM - BM|$ принимал наибольшее значение.

5. а) Внутри острого угла с вершиной O взяли точку A . Постройте на двух его сторонах точки B и C так, чтобы периметр треугольника ABC был наименьшим.



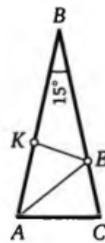
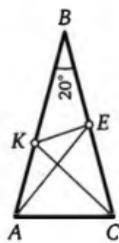
- б) Внутри угла даны точки M и N . Найдите на сторонах угла точки A и B (по одной на каждой стороне), для которых периметр четырехугольника с вершинами в точках M, A, B, N наименьший.

- в) Найдите минимальный периметр треугольника ABC из пункта а, если $OA = 1$, а величина данного угла равна 30° .

- г) Один из углов остроугольного треугольника равен 30° . На каждой его стороне выбрали по одной точке. Докажите, что минимальный периметр образованного этими точками треугольника равен одной из высот исходного треугольника.

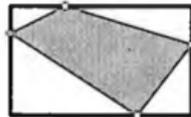
- д) В треугольнике ABC выбраны точки K, L, M на сторонах AC, BC, AB соответственно. Докажите, что из всех таких треугольников KLM минимальный периметр имеет ортоцентрический треугольник.

6. а) В треугольнике ABC боковые стороны AB и BC равны 1, а угол ABC равен 20° . На стороне AB выбирают произвольную точку K , а на стороне BC — произвольную точку E . Найдите минимум суммы $AE + EK + KC$.



- б) Боковые стороны AB и BC равнобедренного треугольника ABC равны 1, а угол между ними равен 15° . На стороне AB выбирают произвольную точку K , а на стороне BC — произвольную точку E . Найдите минимум $AE + EK$.

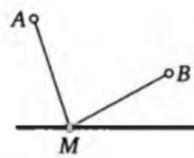
7. На каждой стороне прямоугольника взяли по одной точке. Докажите, что наименьший периметр образованного этими точками четырехугольника равен сумме диагоналей прямоугольника.



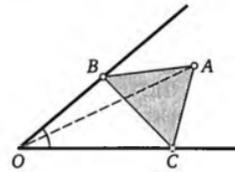
8. Рассмотрим четырехугольную пирамиду $OABCD$, такую что $OA = OB = OC = OD = 1$ и $ABCD$ является квадратом со стороной 1. Какое наименьшее расстояние по поверхности пирамиды должна проползти муха, чтобы попасть из точки пересечения медиан треугольника OAB в точку пересечения медиан OCD ?

Кратчайшие пути.

1. В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую деревни A и B , чтобы путь $AMNB$ из A в B был кратчайшим? (Берега реки считаются параллельными прямыми, мост перпендикулярен берегам.)



2. **Задача Герона.** Точки A и B лежат по одну сторону от прямой. Постройте на этой прямой такую точку M , чтобы сумма отрезков $AM + BM$ была минимальна.



3. Докажите, что из всех треугольников с данным основанием и данной высотой, проведенной к этому основанию, наименьший периметр имеет равнобедренный треугольник.

4. Точки A и B находятся по разные стороны от прямой. Найдите на этой прямой такую точку M , чтобы модуль разности $|AM - BM|$ принимал наибольшее значение.

5. а) Внутри острого угла с вершиной O взяли точку A . Постройте на двух его сторонах точки B и C так, чтобы периметр треугольника ABC был наименьшим.

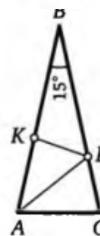
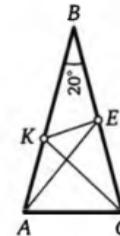
- б) Внутри угла даны точки M и N . Найдите на сторонах угла точки A и B (по одной на каждой стороне), для которых периметр четырехугольника с вершинами в точках M, A, B, N наименьший.

- в) Найдите минимальный периметр треугольника ABC из пункта а, если $OA = 1$, а величина данного угла равна 30° .

- г) Один из углов остроугольного треугольника равен 30° . На каждой его стороне выбрали по одной точке. Докажите, что минимальный периметр образованного этими точками треугольника равен одной из высот исходного треугольника.

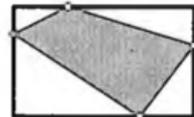
- д) В треугольнике ABC выбраны точки K, L, M на сторонах AC, BC, AB соответственно. Докажите, что из всех таких треугольников KLM минимальный периметр имеет ортоцентрический треугольник.

6. а) В треугольнике ABC боковые стороны AB и BC равны 1, а угол ABC равен 20° . На стороне AB выбирают произвольную точку K , а на стороне BC — произвольную точку E . Найдите минимум суммы $AE + EK + KC$.



- б) Боковые стороны AB и BC равнобедренного треугольника ABC равны 1, а угол между ними равен 15° . На стороне AB выбирают произвольную точку K , а на стороне BC — произвольную точку E . Найдите минимум $AE + EK$.

7. На каждой стороне прямоугольника взяли по одной точке. Докажите, что наименьший периметр образованного этими точками четырехугольника равен сумме диагоналей прямоугольника.



8. Рассмотрим четырехугольную пирамиду $OABCD$, такую что $OA = OB = OC = OD = 1$ и $ABCD$ является квадратом со стороной 1. Какое наименьшее расстояние по поверхности пирамиды должна проползти муха, чтобы попасть из точки пересечения медиан треугольника OAB в точку пересечения медиан OCD ?