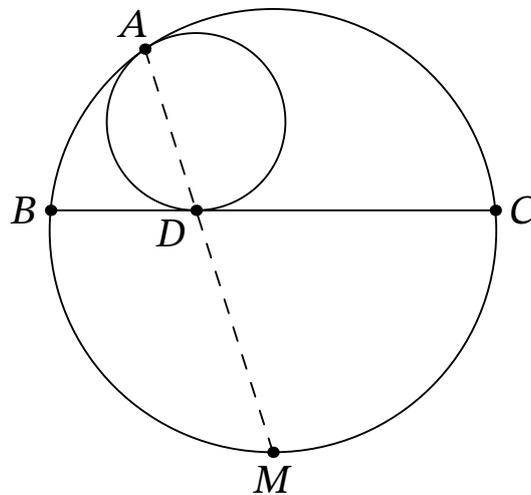


Серия 19. Гомотетия, часть 2



1. Точку внутри квадрата отразили относительно середин сторон этого квадрата. Докажите, что четыре отражения служат вершинами некоторого квадрата.
2. Четырёхугольник диагоналями разрезан на четыре треугольника. Докажите, что точки пересечения медиан этих треугольников расположены в вершинах некоторого параллелограмма.
3. **Лемма Архимеда.** В окружности Ω проведена хорда BC . Окружность ω касается окружности Ω внутренним образом в точке A и касается отрезка BC в точке D . Докажите, что прямая AD проходит через середину дуги \widehat{BC} окружности Ω .
4. Две окружности касаются друг друга внешним образом в точке A . Прямая ℓ касается пересекает первую окружность в точках B и C и касается второй окружности в точке D . Докажите, что прямая AD — биссектриса угла, смежного с углом BAC .
5. Вписанная в треугольник ABC окружность с центром в точке I касается стороны BC в точке K , середина отрезка BC обозначена через M . Докажите, что прямая MI делит отрезок AK пополам.
6. На вписанной окружности треугольника ABC отмечена точка T . Оказалось, что касательная к вписанной окружности, восстановленная в точке T , проходит через середину стороны BC . Прямая AT пересекает сторону BC в точке L . Докажите, что L — точка касания внеписанной окружности с отрезком BC .
7. Дан треугольник ABC . Рассмотрим его внеписанные окружности ω_B, ω_C напротив вершин B и C , и обозначим их центры через I_B и I_C соответственно. Докажите, что прямые, соединяющие точки I_B, I_C с точками касания окружностей ω_C, ω_B соответственно с прямой BC , пересекаются в середине высоты, опущенной из вершины A .
8. Докажите, что прямые, соединяющие центры внеписанных окружностей с серединами соответствующих высот треугольника ABC , пересекаются в одной точке.