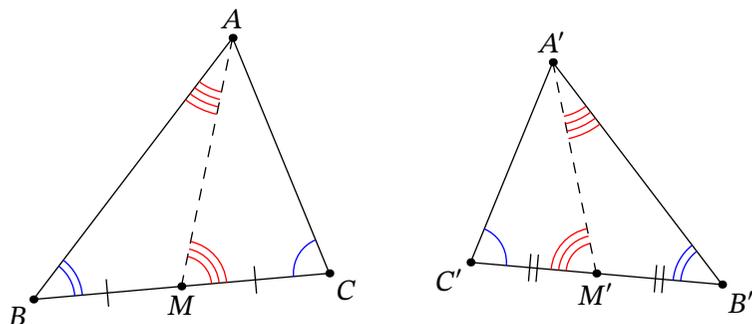


Серия 17. Соответственные элементы подобных фигур



- 2. (Сразу разбирается) Докажите, что расстояние от центра описанной около треугольника окружности до его стороны вдвое меньше расстояния от ортоцентра до противоположной этой стороне вершины.
- 1. (И эта тоже. Узнайте?) Окружности Ω и ω касаются друг друга внутренним образом в точке A . Проведём в большей окружности Ω хорду CD , касающуюся меньшей окружности ω в точке B (хорда AB не является диаметром ω). Точка M — середина отрезка AB . Докажите, что окружность (CMD) , проходит через центр окружности ω .
0. Касательная в точке A к описанной окружности треугольника ABC пересекает продолжение стороны BC за точку B в точке K ; точка L — середина отрезка AC . Точка M на отрезке AB такова, что $\angle AKM = \angle CKL$. Докажите, что $MA = MB$.
1. На боковой стороне AB равнобедренного треугольника ABC выбрана точка E , а на продолжении основания AC за точку A выбрана точка D , так что $\angle BDC = \angle ECA$. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.
2. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Продолжения его противоположных сторон пересекаются в точках P и Q . Пусть точки K и N — середины диагоналей. Докажите, $\angle PKQ + \angle PNQ = 180^\circ$.
3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Биссектриса внешнего угла при вершине C пересекает прямые AB и A_1B_1 в точках L и K соответственно. Оказалось, что $CL = 2CK$. Найдите угол ACB .
4. В треугольнике ABC проведены высоты AP и BQ , точка M — середина отрезка AB , точка N — середина отрезка PQ . Прямая CN пересекает прямую AB в точке D , а прямая CM пересекает прямую PQ в точке E . Докажите, что $DE \perp AB$.
5. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC точки P и Q — середины диагоналей AC и BD соответственно. Докажите, что если $\angle DAQ = \angle CAB$, то $\angle PBA = \angle DBC$.

6. Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность Ω треугольника ABC в точках B и L . Точка M — середина отрезка AC . На дуге ABC окружности Ω выбрана точка E так, что $EM \parallel BL$. Прямые AB и BC пересекают прямую EL в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PE = EQ$.
7. Высоты AA_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Некоторая прямая, перпендикулярная прямой AC , пересекает эти высоты в точках D и E , а сторону AC — в точке P . Докажите, что ортоцентр треугольника DEH лежит на отрезке BP .
8. В окружности ϑ проведены две параллельные хорды AB и CD . Прямая, проведённая через точку C и середину отрезка AB , вторично пересекает окружность ϑ в точке E . Точка K — середина отрезка DE . Докажите, что $\angle AKE = \angle BKE$.

Новые задачи

9. Точки K и L делят медиану AM треугольника ABC на три равные части, точка K лежит между точками L и A . Отметили точку P так, что треугольники KPL и ABC подобны (соответствие вершин в подобии: $K - A, P - B, L - C$), причём точки P и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AM . Докажите, что точка P лежит на прямой AC .
10. Дан параллелограмм $ABCD$ с центром в точке P . Точка M — середина стороны AB . Касательные в точках A и B к описанным окружностям треугольников ADM и BCM соответственно пересекаются в точке Q . Докажите, что точки P, Q и M лежат на одной прямой.
11. Из точки M внутри треугольника опущены перпендикуляры на высоты. Оказалось, что отрезки высот от вершин до оснований этих перпендикуляров равны между собой. Докажите, что в этом случае они равны диаметру вписанной в треугольник окружности.
12. Через центр O окружности, описанной около неравнобедренного треугольника ABC , проведены прямые, перпендикулярные сторонам AB и AC . Эти прямые пересекают высоту AD треугольника ABC в точках P и Q . Точка M — середина стороны BC , а точка S — центр окружности, описанной около треугольника OPQ . Докажите, что $\angle BAS = \angle CAM$.