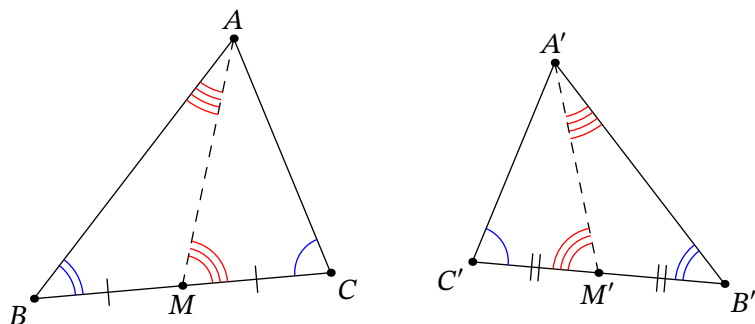


## Серия 17. Соответственные элементы подобных фигур



- 2. (Сразу разбирается) Докажите, что расстояние от центра описанной около треугольника окружности до его стороны вдвое меньше расстояния от ортоцентра до противоположной этой стороне вершины.
- 1. (И эта тоже. Узнайте?) Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются друг друга внутренним образом в точке  $A$ . Проведём в большей окружности  $\Omega$  хорду  $CD$ , касающуюся меньшей окружности  $\omega$  в точке  $B$  (хорда  $AB$  не является диаметром  $\omega$ ). Точка  $M$  — середина отрезка  $AB$ . Докажите, что окружность  $(CMD)$ , проходит через центр окружности  $\omega$ .
0. Касательная в точке  $A$  к описанной окружности треугольника  $ABC$  пересекает продолжение стороны  $BC$  за точку  $B$  в точке  $K$ ; точка  $L$  — середина отрезка  $AC$ . Точка  $M$  на отрезке  $AB$  такова, что  $\angle AKM = \angle CKL$ . Докажите, что  $MA = MB$ .
1. На боковой стороне  $AB$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбрана точка  $E$ , а на продолжении основания  $AC$  за точку  $A$  выбрана точка  $D$ , так что  $\angle BDC = \angle ECA$ . Докажите, что площади треугольников  $DEC$  и  $ABC$  равны.
2. Дан вписанный четырёхугольник  $ABCD$ . Продолжения его противоположных сторон пересекаются в точках  $P$  и  $Q$ . Пусть точки  $K$  и  $N$  — середины диагоналей. Докажите,  $\angle PKQ + \angle PNQ = 180^\circ$ .
3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Биссектриса внешнего угла при вершине  $C$  пересекает прямые  $AB$  и  $A_1B_1$  в точках  $L$  и  $K$  соответственно. Оказалось, что  $CL = 2CK$ . Найдите угол  $ACB$ .
4. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AP$  и  $BQ$ , точка  $M$  — середина отрезка  $AB$ , точка  $N$  — середина отрезка  $PQ$ . Прямая  $CN$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $D$ , а прямая  $CM$  пересекает прямую  $PQ$  в точке  $E$ . Докажите, что  $DE \perp AB$ .
5. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  точки  $P$  и  $Q$  — середины диагоналей  $AC$  и  $BD$  соответственно. Докажите, что если  $\angle DAQ = \angle CAB$ , то  $\angle PBA = \angle DBC$ .

6. Биссектриса угла  $ABC$  пересекает описанную окружность  $\Omega$  треугольника  $ABC$  в точках  $B$  и  $L$ . Точка  $M$  — середина отрезка  $AC$ . На дуге  $ABC$  окружности  $\Omega$  выбрана точка  $E$  так, что  $EM \parallel BL$ . Прямые  $AB$  и  $BC$  пересекают прямую  $EL$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Докажите, что  $PE = EQ$ .
7. Высоты  $AA_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Некоторая прямая, перпендикулярная прямой  $AC$ , пересекает эти высоты в точках  $D$  и  $E$ , а сторону  $AC$  — в точке  $P$ . Докажите, что ортоцентр треугольника  $DEH$  лежит на отрезке  $BP$ .
8. В окружности  $\vartheta$  проведены две параллельные хорды  $AB$  и  $CD$ . Прямая, проведённая через точку  $C$  и середину отрезка  $AB$ , вторично пересекает окружность  $\vartheta$  в точке  $E$ . Точка  $K$  — середина отрезка  $DE$ . Докажите, что  $\angle AKE = \angle BKE$ .