

Серия 16. Разнобой

1. В неравностороннем треугольнике ABC центр вписанной окружности обозначен через I . Докажите, что прямые AB и AC отсекают равные хорды на описанной окружности треугольника BIC .
2. Биссектриса угла B и биссектриса внешнего угла D прямоугольника $ABCD$ пересекают сторону AD и прямую AB в точках M и K соответственно. Докажите, что отрезок MK перпендикулярен и равен диагонали прямоугольника.
3. Высоты AD и CE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Окружность, описанная около треугольника AHC , пересекает стороны AB и BC в точках F и G соответственно. Докажите, что $FG = 2DE$.
4. В треугольнике ABC угол C — прямой. На катете CB как на диаметре во внешнюю сторону построена полуокружность, точка N — середина этой полуокружности. Докажите, что прямая AN делит пополам биссектрису угла C .
5. Произвольная прямая, проходящая через вершину A треугольника ABC , пересекает сторону BC в точке K , а описанную окружность — в точке L . Докажите, что центры описанных окружностей всевозможных треугольников BKL лежат на одной прямой.
6. В треугольнике ABC угол A равен 60° . Докажите, что $IO = IH$, где I — центр вписанной окружности, O — центр описанной окружности, H — ортоцентр.
7. Пусть M — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$. На основании BC выбрана такая точка P , что $\angle APM = \angle DPM$. Докажите, что расстояние от точки C до прямой AP равно расстоянию от точки B до прямой DP .
8. Отрезок AD — диаметр описанной окружности остроугольного треугольника ABC . Через точку пересечения высот этого треугольника провели прямую, параллельную стороне BC , которая пересекает стороны AB и AC в точках E и F соответственно. Докажите, что периметр треугольника DEF в два раза больше стороны BC .